

СОПРЯЖЕННЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС В СИСТЕМЕ С РАДИАЦИОННЫМ ИСТОЧНИКОМ НАГРЕВА

Г.В. Кузнецов¹, Н.И. Куриленко², В.И. Максимов¹, Г.Я. Мамонтов³, Т.А. Нагорнова¹

1 Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск, Россия

2 Тюменский государственный архитектурно-строительный университет, г. Тюмень, Россия

3 Томский государственный архитектурно-строительный университет, г. Томск, Россия

Введение

Актуальной проблемой современности является теплоэнергосбережение. Одним из наиболее перспективных возможных вариантов снижения затрат энергии на обеспечение регламентных тепловых режимов производственных помещений является переход от традиционных систем теплоснабжения к системам, использующим газовые инфракрасные излучатели (радиационные системы отопления). Но такой переход пока не осуществляется в основном в связи с отсутствием результатов как экспериментальных, так и теоретических исследований основных закономерностей процессов сопряженного теплопереноса в условиях естественной конвекции в ограниченных областях с радиационным подводом энергии на одной из границ области моделирования. Известны результаты решения аналогичных задач [1 – 4] для условий локального подвода энергии при постоянной температуре на нижней границе области решения прямоугольной формы (плоская постановка). Но результаты [1 – 4] получены для условий достаточно существенно отличающихся от условий нагрева инфракрасными излучателями. Поэтому целесообразно математическое моделирование процессов теплопереноса в замкнутых прямоугольных областях с радиационными источниками ввода энергии на одной из границ.

Цель исследований – математическое моделирование сопряженного теплопереноса в замкнутой прямоугольной области с локальным источником радиационного нагрева в рамках модели свободной конвекции.

Физическая модель

Рассматривается естественная конвекция в замкнутой прямоугольной области, рис. 1. Область решения представляет собой газовую полость, ограниченную от окружающей среды теплопроводными стенками конечной толщины.

Рассматриваемая система теплоизолирована по внешнему контуру. Исследуется процесс переноса теплоты за счет механизма естественной конвекции в условиях абсолютно прозрачной газовой среды. Энергия, излучаемая нагревателями на верхней границе $L2$ аккумулируется в нижней горизонтальной стенке. В результате роста температуры поверхности $L1$ формируются вихревые течения нагретого воздуха у этой границы.

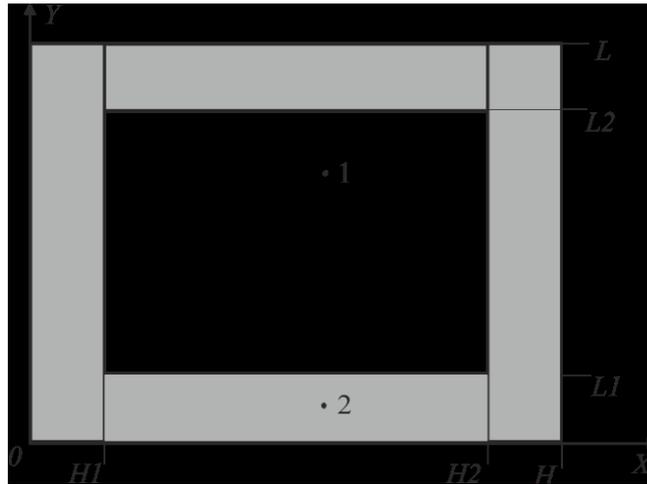


Рис. 1. Область решения рассматриваемой задачи: 1) газ, 2) элемент твердой стенки

Принимается, что в начальный момент газ и твердые стенки имеют постоянную и одинаковую во всех точках температуру. Предполагается, что теплофизические свойства материала твердых стен и газа не зависят от температуры. Режим течения является ламинарным, газ считается вязкой, теплопроводной, ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска.

Математическая модель и метод решения

Процесс переноса теплоты в анализируемой области решения (рис. 1) описывается системой нестационарных двумерных уравнений конвекции в приближении Буссинеска [5, 6] для жидкости и уравнением теплопроводности для твердых стенок. Основным в приближении Буссинеска является предположение о том, что рассматривается «слабая» конвекция: вызванные неоднородностью температуры отклонения плотности от среднего значения предполагаются настолько малыми, что ими можно пренебречь во всех уравнениях, кроме уравнения движения, где это отклонение учитывается в слагаемом с подъемной силой.

В качестве масштаба расстояния была выбрана одна из сторон рассматриваемой области решения L . Для приведения системы уравнений к безразмерному виду использовались следующие соотношения:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, \tau = \frac{t}{t_0}, U = \frac{u}{V_0}, V = \frac{v}{V_0}, \Theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \Psi = \frac{\psi}{\psi_0}, \Omega = \frac{\omega}{\omega_0},$$

$$V_0 = \sqrt{g\beta\Delta TL}, \Delta T = T_{ii} - T_0, \psi_0 = V_0 L, \omega_0 = \frac{V_0}{L},$$

где x, y – координаты, м; u, v – скорости по осям x, y , м²/с; X, Y – безразмерные декартовы координаты; τ – безразмерное время; t – время, с; t_0 – масштаб времени, с; U, V – безразмерные скорости; V_0 – масштаб скорости (скорость конвекции), м²/с; Θ – безразмерная температура; T – температура, К; T_0 – температура газа и твердого тела в начальный момент времени, К; T_{ii} – масштаб температуры, К; ψ – функция тока, м²/с; ψ_0 – масштаб функции тока, м²/с; Ψ – безразмерный аналог ψ ; ω – вихрь скорости, 1/с; ω_0 – масштаб вихря скорости, 1/с; Ω – безразмерный аналог ω .

Математическая постановка задачи в безразмерных переменных включает следующие уравнения:

$$\frac{1}{Sh} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \Delta \Omega + \frac{1}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (1)$$

$$\Delta\Psi = -2\Omega, \quad (2)$$

$$\frac{1}{\text{Sh}} \frac{\partial\Theta}{\partial\tau} + U \frac{\partial\Theta}{\partial X} + V \frac{\partial\Theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr}\sqrt{\text{Gr}}} \Delta\Theta, \quad (3)$$

$$\frac{1}{\text{Fo}} \frac{\partial\Theta}{\partial\tau} = \Delta\Theta. \quad (4)$$

Начальные условия для системы уравнений (1–4):

$$\Psi(X, Y, 0) = \Omega(X, Y, 0) = 0, \quad (5)$$

$$\Theta(X, Y, 0) = 0.$$

Граничные условия на внешних границах области решения:

$$\frac{\partial\Psi(X, Y, \tau)}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial\Theta(X, Y, \tau)}{\partial Y} = 0, \quad (6)$$

при $Y = 1, 0 < x < \frac{H}{L}, 0 < \tau < \frac{t}{t_0}; Y = 0, 0 < x < \frac{H}{L}, 0 < \tau < \frac{t}{t_0}.$

$$\frac{\partial\Psi(X, Y, \tau)}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial\Theta(X, Y, \tau)}{\partial X} = 0, \quad (7)$$

при $X = 0, 0 < Y < 1, 0 < \tau < \frac{t}{t_0}, X = \frac{H}{L}, 0 < Y < 1, 0 < \tau < \frac{t}{t_0}.$

На границах раздела твердых стенок и газа, выполняются условия:

$$\frac{\partial\Psi(X, Y, \tau)}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial\Theta_1(X, Y, \tau)}{\partial Y} = \lambda_{1,2} \frac{\partial\Theta_2(X, Y, \tau)}{\partial Y},$$

$$\Theta_1(X, Y, \tau) = \Theta_2(X, Y, \tau), \quad (8)$$

при $Y = \frac{L1}{L}, \frac{H1}{L} < x < \frac{H2}{L}, 0 < \tau < \frac{t}{t_0}; Y = \frac{L2}{L}, \frac{H1}{L} < x < \frac{H2}{L}, 0 < \tau < \frac{t}{t_0};$

$$\frac{\partial\Psi(X, Y, \tau)}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial\Theta_1(X, Y, \tau)}{\partial X} = \lambda_{1,2} \frac{\partial\Theta_2(X, Y, \tau)}{\partial X},$$

$$\Theta_1(X, Y, \tau) = \Theta_2(X, Y, \tau), \quad (9)$$

при $X = \frac{H1}{L}, \frac{L1}{L} < Y < \frac{L2}{L}, 0 < \tau < \frac{t}{t_0}; X = \frac{H2}{L}, \frac{L1}{L} < Y < \frac{L2}{L}, 0 < \tau < \frac{t}{t_0}.$

На границе $L1$ учитывается радиационный источник нагрева

$$\frac{\partial\Psi(X, Y, \tau)}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial\Theta_1(X, Y, \tau)}{\partial Y} = \frac{\partial\Theta_2(X, Y, \tau)}{\partial Y} + \text{Ki}, \quad (10)$$

$$\Theta_1(X, Y, \tau) = \Theta_2(X, Y, \tau),$$

при $Y = \frac{L1}{L}, \frac{H1}{L} < X < \frac{H2}{L}, 0 < \tau < \frac{t}{t_0},$

где $\text{Ki} = qL^3 / \lambda(T_{ii} - T_0)$ – число Кирпичева; λ – коэффициент теплопроводности твердой стенки, Вт/(м·К); $\text{Gr} = g\beta L^3(T_{ii} - T_0) / \nu^2$ – число Грасгофа; β – температурный коэффициент объемного расширения, K^{-1} ; g – ускорение, создаваемое массовыми силами, m/s^2 ; L – длина, м; ν – коэффициент кинематической вязкости, m^2/s ; $\lambda_{1,2}$ – относительный коэффициент теплопроводности; $\text{Pr} = \nu / a$ – число Прандтля; $\text{Fo} = at_0 / L^2$ – число Фурье; a – коэффициент температуропроводности, m^2/s .

Уравнения (1–4) с соответствующими начальными и граничными условиями (5–10) решались последовательно методом конечных разностей на равномерной сетке.

Каждый временной шаг начинался с вычисления поля температуры в газовой полости и в элементах твердой стенки, затем решалось уравнение Пуассона для функции тока. При определении граничных условий для вектора вихря применялась формула Вудса [5]. Для решения системы разностных уравнений был использован метод прогонки [7] по схеме переменных направлений. Аппроксимация конвективных составляющих рассматривалась усредненной относительно скоростей U и $|U|$ (V и $|V|$) с целью исключения зависимости рассматриваемой схемы от знака скорости [5].

Анализ результатов численного моделирования

Численные исследования проведены при значениях:

- безразмерных величин: $Sh=1$, $Pr=0,71$, $Gr=10^7$;
- геометрических размеров $L=1$ м, $H=1$ м.

Масштаб времени принимался равным $t_0=0,1$ с.

Контролировались условия геометрического подобия реальных систем и используемой при математическом описании процесса модели. В результате численного решения задачи получены распределения температур для исследуемой области и изолинии функции тока, характеризующие основные закономерности рассматриваемого процесса (рис. 2, 3).

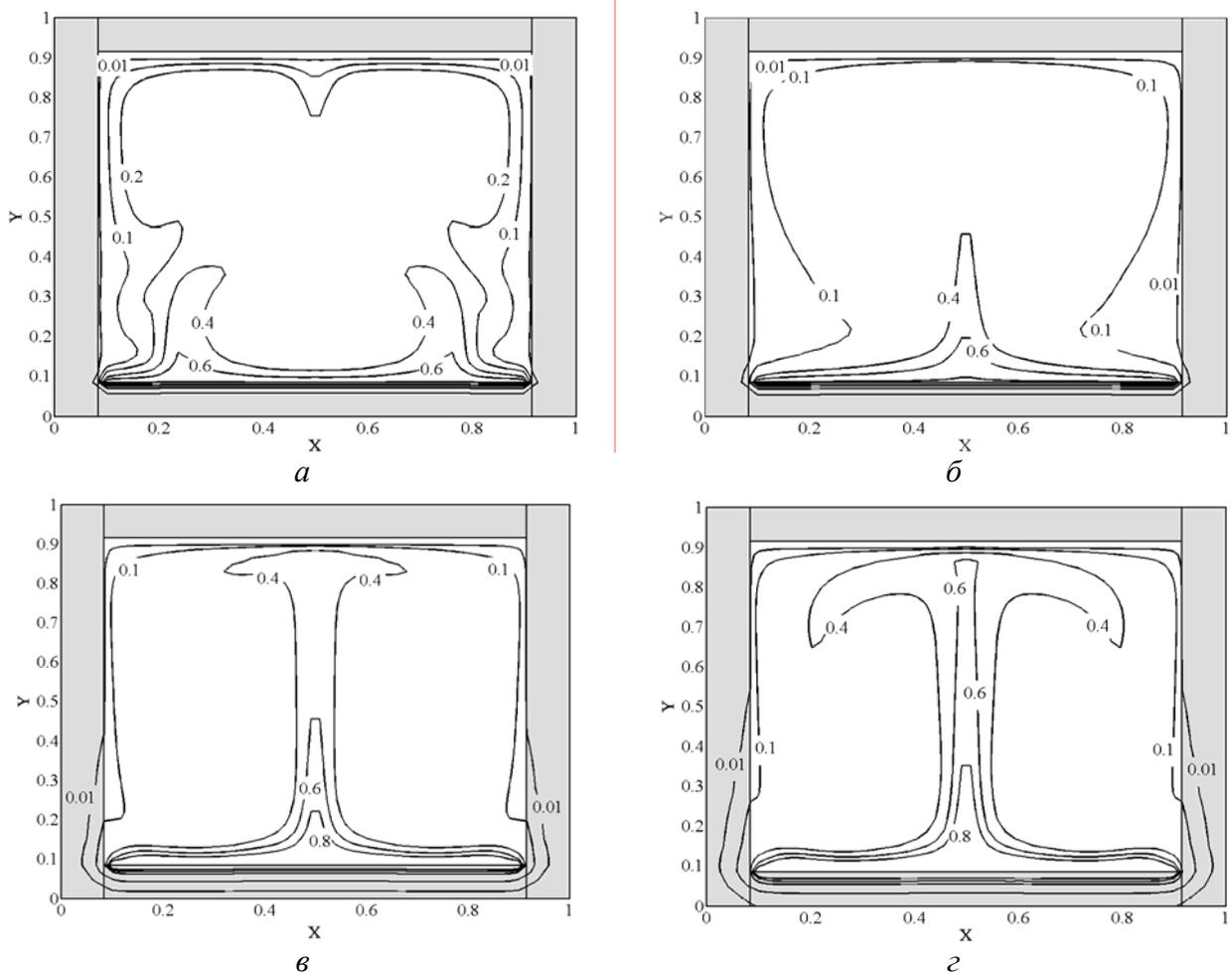


Рис. 2. Поле температур для модели естественной конвекции в замкнутой области с радиационным нагревом нижней границы раздела газа и твердой стенки при $Gr=10^7$ для различных временных параметров: $а - \tau=800$, $б - \tau=1500$, $в - \tau=10000$, $г - \tau=36000$

Из рис. 3, а, видно что, в момент времени $\tau=800$ в воздушной полости рассматриваемой области образуются четыре симметричных циркуляционных потока. Нагретый воздух поднимается в трех характерных областях воздушной среды до верхней твердой стенки и, охлаждаясь, опускается вдоль вертикальных стен (рис. 2, а).

Увеличение времени τ до 1500 (рис. 2, б, 3, б) приводит к укрупнению двух вихрей и уменьшению остальных. При этом можно отметить, что возникшие термические возмущения, двигаясь навстречу друг к другу, объединились.

Дальнейший рост временного параметра (рис. 2, в, з, 3, в, з) приводит к вырождению более мелких и окончательному формированию двух устойчивых вихрей. Также можно наблюдать объединение термических возмущений.

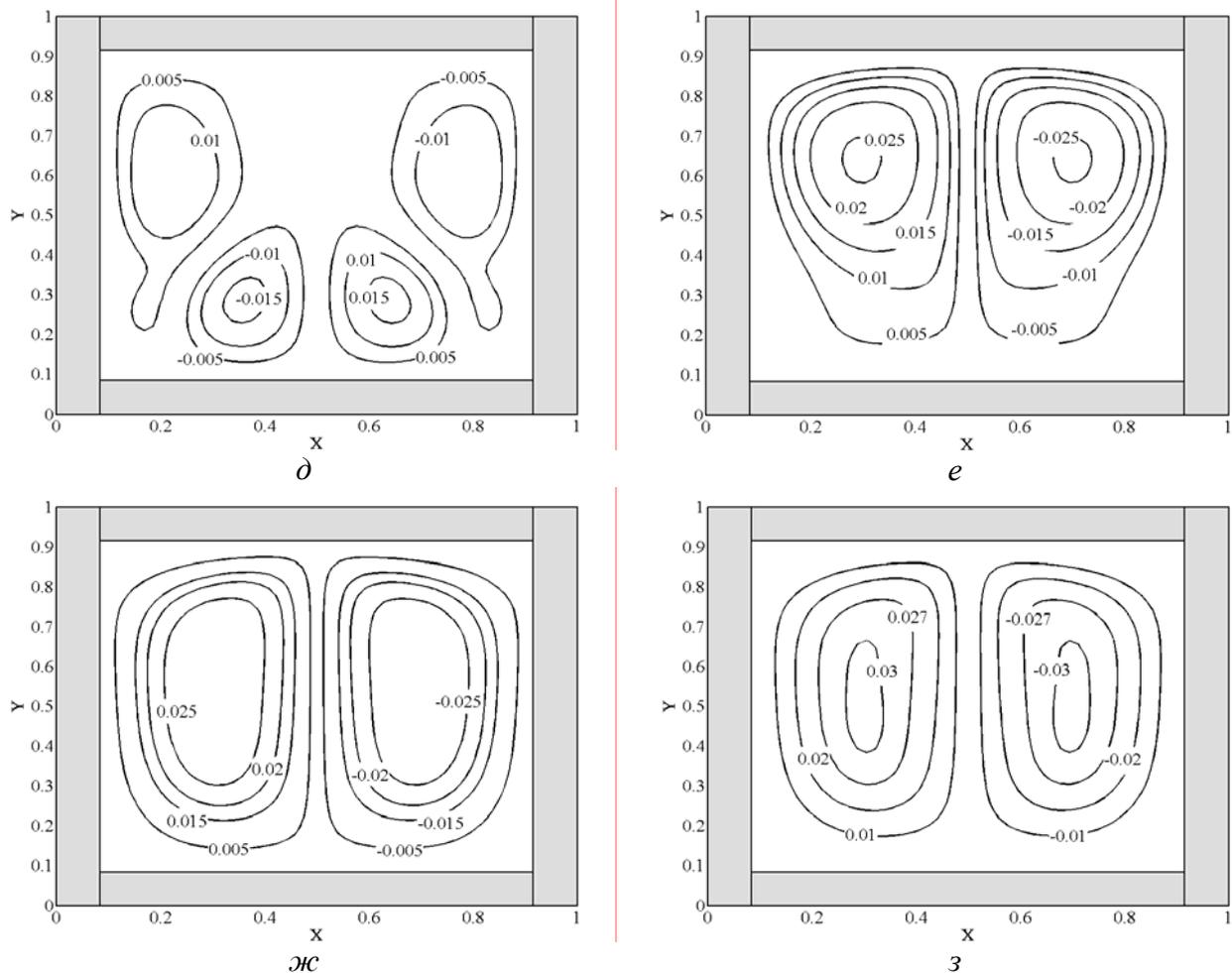


Рис. 3. Изолинии функции тока для модели естественной конвекции в замкнутой области с радиационным нагревом нижней границы раздела газа и твердой стенки при $Gr=10^7$ для различных временных параметров: а – $\tau=800$, б – $\tau=1500$, в – $\tau=10000$, з – $\tau=36000$

Распределение температуры наглядно демонстрирует влияние подъемной силы, которая обусловлена неоднородностью поля температуры. Температура в газовой среде распределяется существенно неравномерно из-за влияния архимедовой силы (рис. 4).

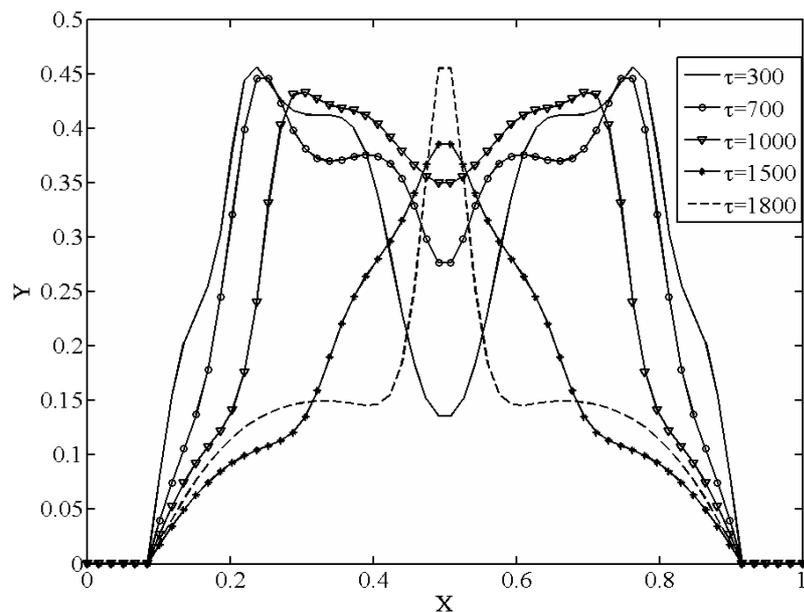


Рис. 4. Профили температуры в сечении $Y=0,25$ при $Gr=10^7$ в различные моменты времени

Численное моделирование проведено для достаточно типичных условий работы систем лучистого нагрева на базе, например, инфракрасных нагревателей. Поэтому полученные результаты показывают возможность применения нового подхода к описанию тепловых режимов помещений с радиационными системами отопления. В отличие от традиционных подходов [8–10] к анализу температурных полей без учета конвективных процессов, сформулированная в данной работе модель обеспечивает условия для существенно более точного описания физики теплопереноса в условиях работы систем лучистого нагрева производственных помещений.

Заключение

Проведено теоретическое исследование естественной конвекции в системе с радиационным источником тепла. Полученные результаты позволяют оценить характер течения и интенсивность анализируемого процесса теплопереноса, а также дают новую информацию, которая не только характеризует конвективный режим течения, но и является дополнительной для построения и апробации более сложных моделей, учитывающих реальные процессы обогрева помещений радиационными источниками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. Conjugate heat transfer in an enclosure under the condition of internal mass transfer and in the presence of local heat source // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2009. V. 52, № 1–2. P. 1–8.
2. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. Conjugate natural convection with radiation in an enclosure // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2009. V. 52, № 9–10. P. 2215–2223.
3. Кузнецов Г.В., Шерemet М.А. Двумерная задача естественной конвекции в прямоугольной области при локальном нагреве и теплопроводных границах

- конечной толщины // Известия РАН. Сер. Механика жидкости и газа. 2006, № 6. С. 29–39.
4. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Сопряженный теплоперенос в замкнутой области с локально сосредоточенным источником тепловыделения // Инженерно-физический журнал. 2006. Т. 79, № 1. С. 56–63.
 5. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. 288 с.
 6. Лыков А.В., Алексащенко А.А., Алексащенко В.А. Сопряженные задачи конвективного теплообмена. – Минск: Наука и техника, 1971. 346 с.
 7. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. 656 с.
 8. Бухмиров В.В., Крупенников С.А., Солнышкова Ю.С. Модификации зонального метода для решения задач радиационного теплообмена: основные положения // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2009, Вып. 2. С. 61–63.
 9. Бухмиров В.В., Крупенников С.А., Солнышкова Ю.С. Алгоритм расчета систем лучистого отопления помещений // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2010, Вып. 4. С. 23–25.
 10. Бухмиров В.В., Солнышкова Ю.С., М.В. Пророкова Экспериментальное исследование системы отопления и инфракрасными излучателями // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2011, Вып. 3. С. 12–16.