

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ

Н.В.Селиванов, С.И. Кузьмин, О.Н. Селиванова

Астраханский государственный технический университет

*Проведено теоретическое исследование гидродинамики и теплообмена при смешанной конвекции с учетом температурного фактора в широком диапазоне чисел Прандтля. Выявлено влияние переменной вязкости жидкости на гидродинамику и теплообмен во всем диапазоне смешанной конвекции. Результаты решений обобщены для локального и среднего коэффициентов теплообмена и трения. Результаты решений согласуются с экспериментальными данными, а также с решениями для предельных случаев смешанной конвекции*

## Ключевые слова:

Гидродинамика, теплообмен, трение, смешанная конвекция, вязкость, температурный фактор

## Условные обозначения:

$Gr_x = g\beta x^3 (t_c - t_j) / \nu^2$  - число подобия Грасгофа,  $Pr = \nu / a$  - число подобия Прандтля,  $Re_x = u_{\text{в}} x / \nu$  - число подобия Рейнольдса,  $C_f = 2\tau_x / (\rho u^2)$  - коэффициент трения;  $\varphi = \nu Re_x^{1/2} f(\eta)$  - функция тока, м<sup>2</sup>/с,  $\eta = \frac{y}{2x} Re_x^{1/2}$  - переменная подобия;

$\theta(\eta) = \frac{t - t_j}{t_c - t_j}$ ,  $A = Gr_x / Re_x^2$ ;  $\bar{\mu} = \mu_j / \mu_c$  - относительная вязкость,  $s = \theta(1 + T^*) / (1 + T^* \theta)$ ,  $T^* = (t_c - t_j) / (t_j - t_*)$ ;  $u, v$  - проекции скорости на оси координат, м/с;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);  $\mu$  и  $\nu$  - динамическая и кинематическая вязкость, Па·с и м<sup>2</sup>/с; Индексы: ж - относится к температуре жидкости вне пограничного слоя; с - относится к температуре стенки; x - локальное значение; 0 - при постоянных физических свойствах жидкости.

## Введение

Проблема теплообмена при смешанной конвекции является важной в фундаментальном плане, поскольку она имеет самые различные технические и промышленные приложения. К ним, в частности, относятся: теплообменники, работающие в медленно движущейся окружающей среде; ядерные реакторы, охлаждаемые в режимах аварийного обесточивания главных циркуляционных насосов; этот вид конвекции имеет место в колеблющейся емкости при транспортировке жидкостей, во многих процессах химического производства.

Проблеме гидродинамики и теплообмена при смешанной конвекции посвящены ряд работ, обзор которых приведен в [1-4]. Большинство из них посвящены теплообмену при смешанной конвекции у вертикальной или горизонтальной поверхностях при малых числах Прандтля. В работах [3-4] приведены результаты

численного решения для теплообмена и гидродинамики смешанной конвекции для высоковязких жидкостей в широком диапазоне чисел Прандтля. Исследований по влиянию температурного фактора на гидродинамику и теплообмен при смешанной конвекции нами не обнаружено.

В докладе излагаются результаты наших исследований теплообмена и трения при спутной смешанной конвекции ньютоновской жидкости у вертикальной пластины с учетом зависимости вязкости от температуры. Рассматриваются случаи как нагретой, так и охлажденной поверхности.

## 1. Постановка задачи

Система дифференциальных уравнений конвективного теплообмена в приближении Буссинеска при смешанной конвекции с учетом переменной вязкости следующая [1]:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(t - t_c) + \frac{\mu_c}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu}{\mu_c} \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (1)$$

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}. \quad (2)$$

Граничные условия для них имеют вид:

$$y = 0: u = v = 0 \text{ и } t = t_c; \quad y \rightarrow \infty: u \rightarrow u_{\text{ж}} \text{ и } t = t_{\text{ж}}. \quad (3)$$

Уравнения (1) и (2) с помощью введения функции тока  $\varphi = \nu \text{Re}_x^{1/2} f(\eta)$  и следующих автомодельных переменных:

$$u = \frac{u_{\text{ж}}}{2} f'(\eta), \quad \eta = \frac{y}{2x} \text{Re}_x^{1/2}, \quad \theta(\eta) = \frac{t - t_{\text{ж}}}{t_c - t_{\text{ж}}}, \quad (4)$$

приводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left( \frac{\mu}{\mu_{\text{ж}}} \right) f'''(\eta) + \left( \frac{\mu}{\mu_{\text{ж}}} \right)' f''(\eta) + f(\eta) f''(\eta) + 8A\theta(\eta) = 0, \quad (5)$$

$$\theta''(\eta) + \text{Pr} f(\eta) \theta'(\eta) = 0, \quad (6)$$

$$\eta = 0: f(\eta) = 0, \quad f'(\eta) = 0, \quad \theta(\eta) = 1; \quad \eta \rightarrow \infty: f'(\eta) \rightarrow 2, \quad \theta(\eta) \rightarrow 0, \quad (7)$$

Для высоковязких жидкостей зависимость вязкости от температуры принималась по формуле Фогеля:

$$\mu/\mu_* = \exp[b/(t - t_*)], \quad (8)$$

где  $\mu_*$  – значение вязкости жидкости, при котором повышение температуры перестает влиять на вязкость,  $b$  – температура, соответствующая вязкости  $\mu_*$ , и  $t_*$  – температура, при которой вязкость жидкости становится бесконечно большой;  $\mu_*$ ,  $b$  и  $t_*$  – постоянные, зависящие от свойств жидкости.

Используя зависимость (8), величину  $\mu/\mu_{\text{ж}}$  заменим соотношением:

$$\mu/\mu_{\text{ж}} = (\mu_{\text{ж}}/\mu_c)^{-s}, \quad (9)$$

где  $s = \theta(1+T)/(1+T \cdot \theta)$ ,  $T = (t_c - t_{\text{ж}})/(t_{\text{ж}} - t_*)$ .

## 2. Численное моделирование

Решения системы дифференциальных уравнений (5) – (6) с граничными условиями (7) получены численно методом Рунге-Кутты 4-го порядка с помощью

стандартной программы в среде математического пакета Mathcad 2001 в диапазоне изменения параметров:  $\bar{\mu} = \mu_{ж}/\mu_c = 0,005 - 200$ ;  $A = 0,01 - 100$ ;  $T^* = -0,6 - 1$ ;  $Pr = 10^2 - 10^4$ . Градиенты безразмерных скоростей и температур на стенке устанавливались методом подбора. Расчеты велись для конкретных жидкостей:

- $Pr = 10^4$ :  $t_{ж} = 53,6$  °C;  $b = 1100$ ;  $t_* = -64,95$ ;
- $Pr = 10^3$ :  $t_{ж} = 65$  °C;  $b = 855,214$  °C;  $t_* = -66,1$  °C;
- $Pr = 10^2$ :  $t_{ж} = 30$  °C;  $b = 529,81$  °C;  $t_* = -100,2$  °C.

### 3. Обсуждение результатов

Анализ результатов полученных решений в широком диапазоне изменения числа  $Pr$  и параметра  $A$  позволяет оценить влияние вынужденной конвекции на свободную. Вынужденное движение жидкости уменьшает толщину теплового и динамического пограничных слоев, с уменьшением параметра  $A$  это влияние увеличивается..

В случае совпадающих течений свободной и вынужденной конвекции профили температуры и особенно скорости сильно зависят от параметра смешанной конвекции  $A$ . Так, при постоянных физических свойствах жидкости ( $\bar{\mu} = 1$ ) профили скорости имеют максимум, обычно характерный для свободной конвекции, только при  $Pr \leq 10^2$  и  $A > 50$ .

Из сравнения рис.1 и 3, а также рис. 2 и 4 видно, что с ростом  $Pr$  воздействие вынужденной конвекции на свободную увеличивается, влияние параметра  $A$  снижается. Профили скорости и температуры деформируются в сторону увеличения их градиентов на стенке, и теплообмен интенсифицируется по сравнению со свободной конвекцией. Влияние вынужденной конвекции сдвигается в область больших значений  $A$ .

Влияние свободной конвекции на вынужденную конвекцию растет с ростом параметра смешанной конвекции. Профили скорости и температуры при этом деформируются в сторону увеличения их градиентов на стенке.

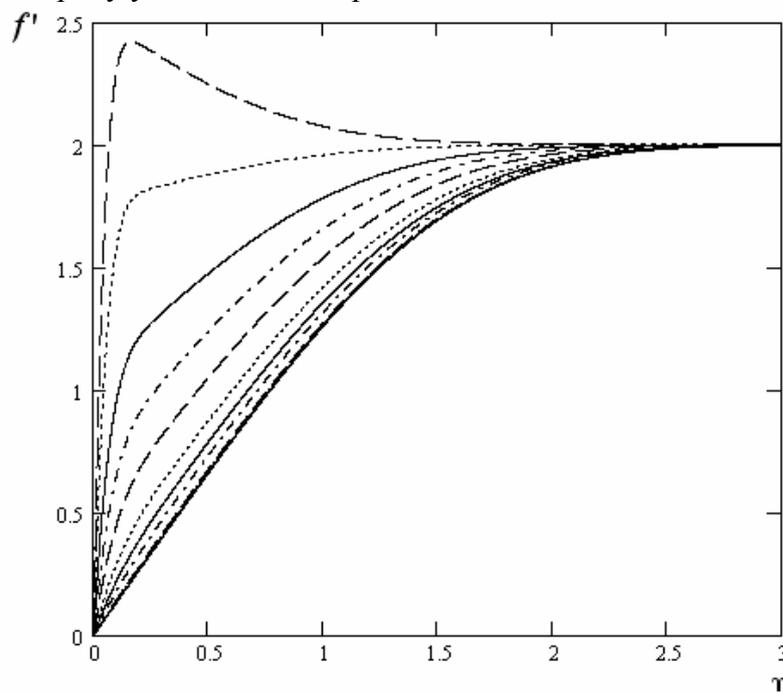


Рис. 1. Влияние параметра смешанной конвекции  $A$  на профили скорости при  $\bar{\mu}_{ж}/\mu_c = 1$ .  $Pr = 100$ . Кривые снизу вверх соответствуют значениям параметра  $A = 0,01; 0,05; 0,1; 0,5; 1; 2; 5; 10; 20; 50; 100$ .

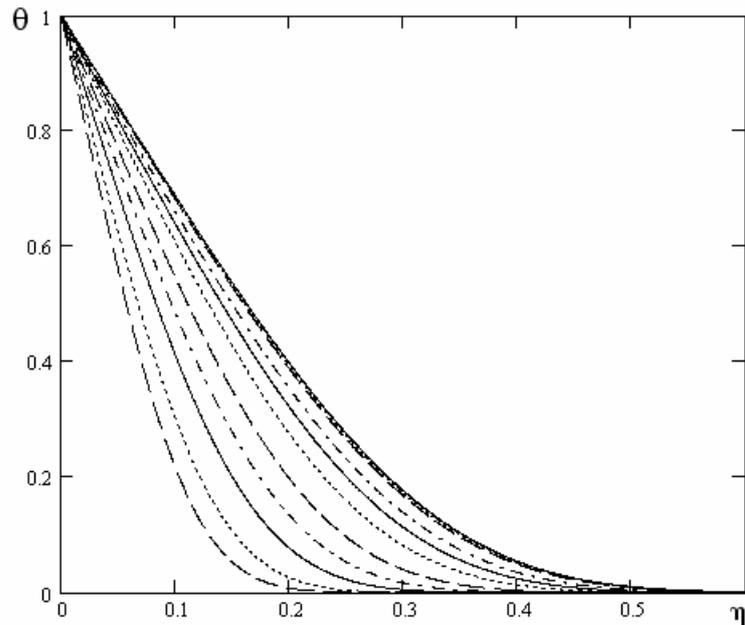


Рис. 2. Влияние параметра смешанной конвекции  $A$  на профили температуры при  $\mu_{\text{ж}}/\mu_{\text{с}} = 1$ .  $Pr = 100$ . Кривые сверху вниз соответствуют значениям параметра  $A = 0.01$ ;  $0.05$ ;  $0.1$ ;  $0.5$ ;  $1$ ;  $2$ ;  $5$ ;  $10$ ;  $20$ ;  $50$ ;  $100$ .

С ростом  $A$  интенсивность теплообмена при смешанной конвекции увеличивается по сравнению с вынужденной. С увеличением  $Pr$  крутизна профилей скорости и температуры увеличивается, и при  $Pr > 10^3$  профили скорости уже не имеют максимумов ни при каких значениях  $A$  и  $\bar{\mu}$ . С ростом  $Pr$  влияние  $A$  уменьшается, толщина динамического пограничного слоя увеличивается, а термического – уменьшается.

В целом влияние параметра  $A$ , характеризующего относительный вклад естественной и вынужденной конвекции в гидродинамику и теплообмен, на динамические параметры пограничного слоя значительно больше, чем на тепловые. С увеличением параметра  $A$  толщина как теплового, так и динамического пограничного слоя уменьшается.

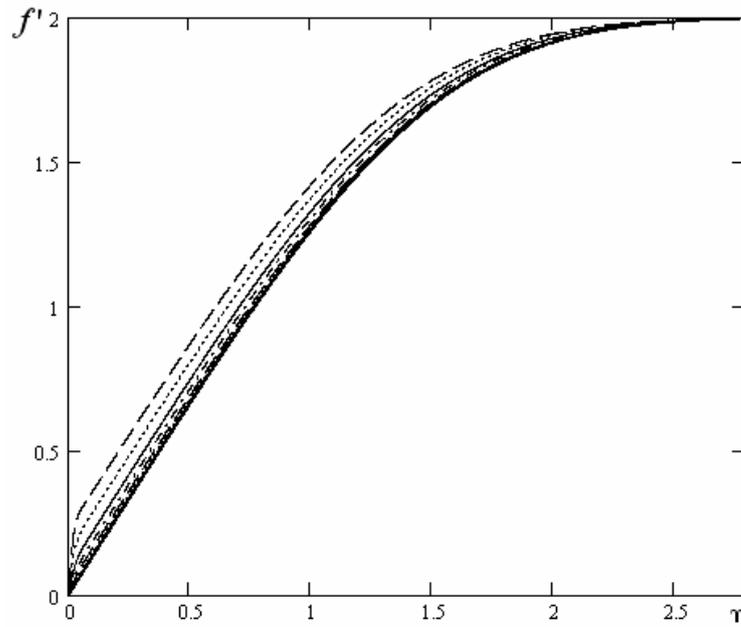


Рис. 3. Влияние параметра смешанной конвекции  $A$  на профили скорости при  $\bar{\mu} = 1$ .  $Pr = 10^4$ . Кривые снизу вверх соответствуют значениям параметра  $A = 0,01; 0,05; 0,1; 0,5; 1; 2; 5; 10; 20; 50; 100$ .

Полученные результаты позволили определить границы смешанной конвекции с погрешностью  $\pm 2\%$  в зависимости от числа Прандтля, где влиянием одной из конвекций на теплообмен можно пренебречь. При  $A = Gr_x/Re_x^2 \leq 0,0267 \cdot Pr^{1/3}$  влиянием свободной конвекции по сравнению с вынужденной на теплообмен можно пренебречь, а вынужденной конвекцией – при  $A \geq 2,95 \cdot Pr^{1/3}$ .

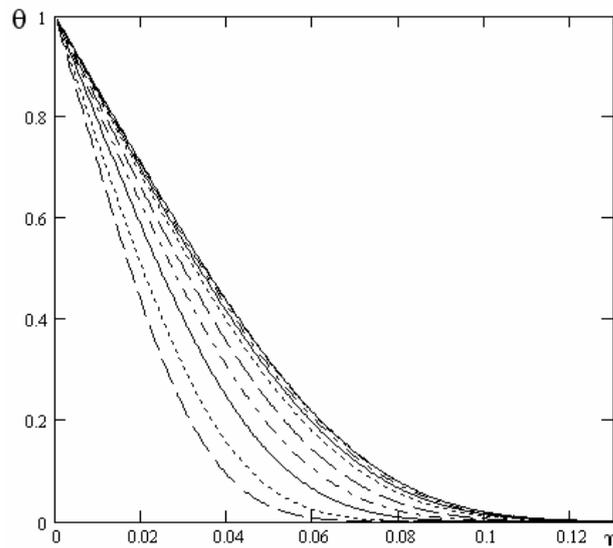


Рис. 4. Влияние параметра смешанной конвекции  $A$  на профили температуры при  $\mu_w/\mu_c = 1$ .  $Pr = 10^4$ . Кривые сверху вниз соответствуют значениям параметра  $A = 0,01; 0,05; 0,1; 0,5; 1; 2; 5; 10; 20; 50; 100$ .

На рис. 5 – 6 показано влияние на профили скорости и температуры параметра относительной вязкости при преобладающем действии сначала вынужденной (рис.5), затем свободной (рис.6) конвекции. При охлаждении жидкости у поверхности ( $\bar{\mu} < 1$ ) профили скорости во всем диапазоне изменения параметров не имеют максимума, у

стенки образуется ползущий слой с малыми градиентами скорости непосредственно у поверхности, а на профиле скорости образуются точки перегиба. У нагретой поверхности с ростом  $Pr$  максимум скорости появляется при более высоких значениях  $\bar{\mu}$  и  $A$ , при этом величина максимума уменьшается и смещается от поверхности.

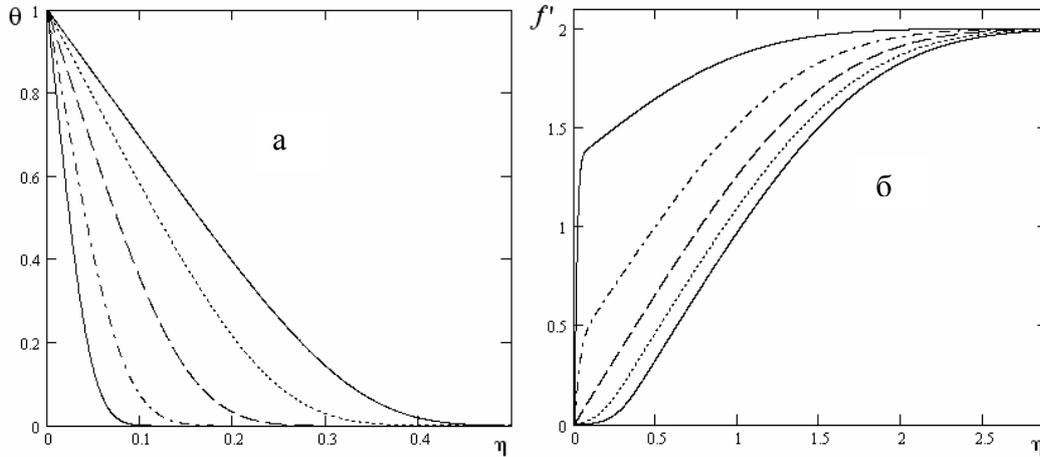


Рис. 5. Влияние переменной вязкости на профили температуры (а) и скорости (б) при  $A = 0,1$ ;  $Pr = 10^3$ . Профили температуры сверху вниз, а профили скорости снизу вверх соответствуют значениям параметра  $\bar{\mu} = 0,01; 0,1; 1; 10; 100$ .

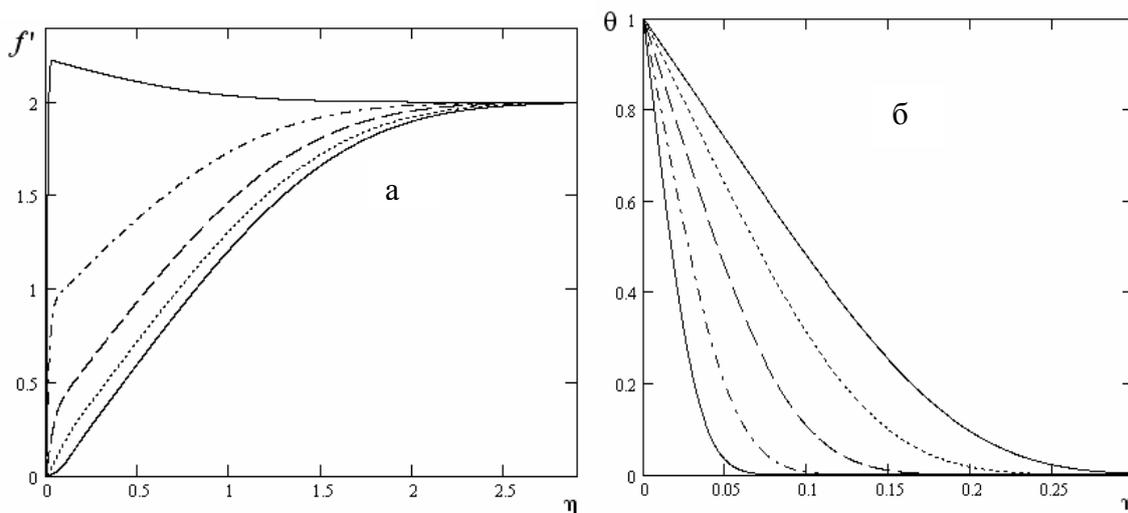


Рис. 6. Влияние переменной вязкости на профили скорости (а) и температур (б) при  $A = 20$ ,  $Pr = 10^3$ : профили скорости снизу вверх соответствуют значениям параметра  $\bar{\mu} = 0,01; 0,1; 1; 10; 100$ , а профили температур - наоборот.

С ростом  $\bar{\mu}$  максимум на профиле скорости наблюдается при меньших значениях параметра  $A$ . Вдали от пластины асимптотически достигается скорость внешнего вынужденного потенциального течения. Однако при  $A < 1$  естественная конвекция относительно слабо влияет на поле скоростей в пограничном слое, профили имеют вид монотонно нарастающих кривых, таких же, как и в случае чисто вынужденного обтекания пластины средой, движущейся с постоянной скоростью.

Изменения параметра  $\bar{\mu}$  сказываются на динамических параметрах пограничного слоя сильнее, чем на тепловых. Степень влияния относительной вязкости жидкости на градиент температуры у охлажденной поверхности ниже, чем у нагретой поверхности, а на градиент скорости – наоборот. С ростом  $\bar{\mu}$  толщина как теплового, так и

динамического пограничного слоя уменьшается, профили скорости и температуры становятся круче. Градиенты скорости и температуры на стенке возрастают с ростом  $\bar{\mu}$ . С ростом параметра  $A$  влияние переменной вязкости на градиенты температуры и скорости уменьшается.

Влияние переменной вязкости жидкости на относительные теплообмен и трение зависит от  $\bar{\mu}$  и параметра смешанной конвекции  $A$ , а также от направления теплового потока. Степень влияния переменной вязкости на относительный теплообмен у охлажденной поверхности ( $\bar{\mu} < 1$ ) практически не зависит от параметра  $A$  и числа Pr. У нагретой поверхности ( $\bar{\mu} > 1$ ) влияние переменной вязкости на относительный теплообмен с ростом параметра  $A$  уменьшается, это происходит в основном в области смешанной конвекции ( $0,2 < A < 20$ ). В предельных случаях смешанной конвекции степень влияния  $\bar{\mu}$  не зависит от параметра  $A$  и определяется степенью влияния при вынужденной и свободной конвекции соответственно. Интенсивность теплообмена с учетом переменной вязкости у нагретой поверхности возрастает в 2.7 – 3.5 раза (при  $\bar{\mu} = 100$ ) по сравнению с теплообменом при постоянной вязкости жидкости, а у охлажденной поверхности – снижается в 2.1 раза при  $\bar{\mu} = 0.01$ .

Анализ результатов решений показал, что влияние переменной вязкости на градиенты скорости и температуры на стенке достаточно надежно оценивается параметром  $\bar{\mu}$ . Эти градиенты относительно постоянных свойств жидкости хорошо аппроксимируются следующими зависимостями:

$$\theta'(0)/\theta'_0(0) = Nu/Nu_0 = \bar{\mu}^m, \quad (10)$$

$$f''(0)/f''_0(0) = \bar{\mu}^k, \quad C_f/C_{f,0} = \bar{\mu}^{k-1}. \quad (11)$$

Эти зависимости для различных значений числа Прандтля и параметра смешанной конвекции показаны на рис.8 и 9. Число Прандтля в пределах погрешностей расчетов не оказывает влияния на относительное трение и относительный теплообмен.

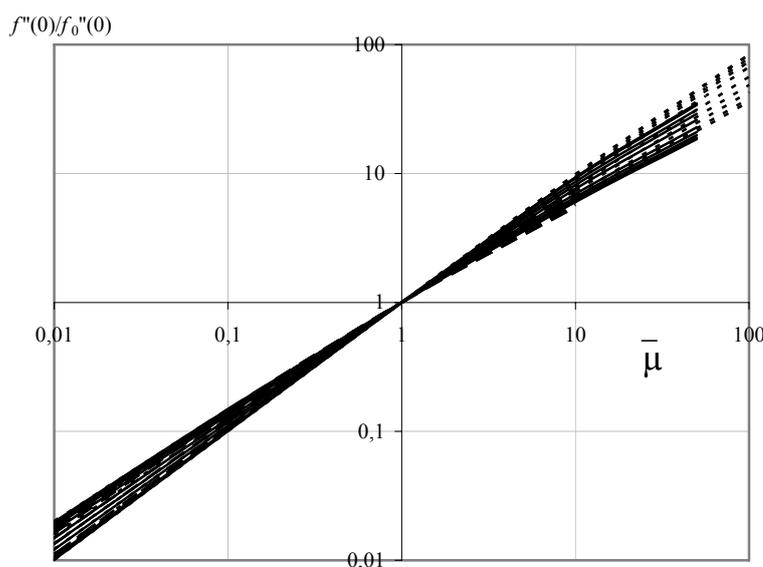


Рис. 8. Зависимость относительных градиентов скорости от параметра относительной вязкости. Справа линии сверху вниз соответствуют значениям параметра  $A = 0.01; 0.05; 0.1; 0.5; 1; 2; 5; 10; 20; 50; 100$ ; слева – наоборот. — — — — Pr =  $10^2$ ; — — — — Pr =  $10^3$ ; ····· Pr =  $10^4$

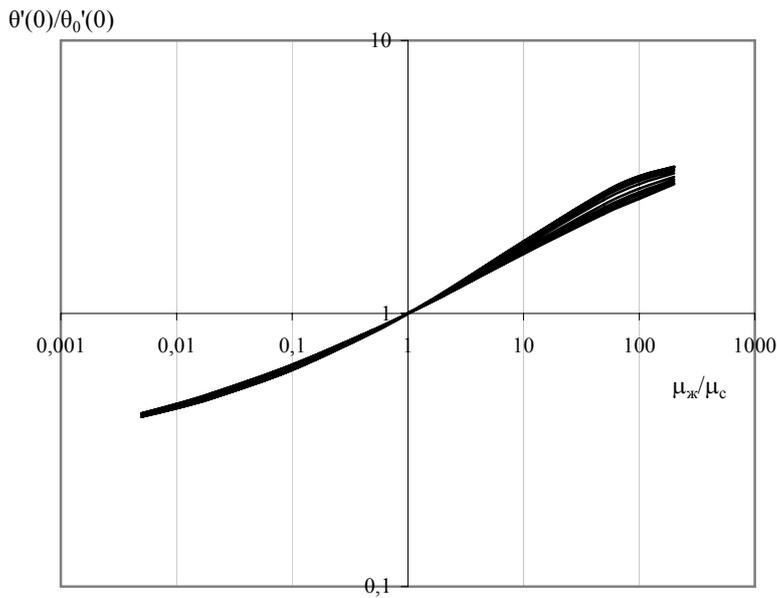


Рис. 9. Зависимость относительных градиентов температуры от параметра относительной вязкости. Справа линии сверху вниз соответствуют значениям параметра  $A = 0.01; 0.05; 0.1; 0.5; 1; 2; 5; 10; 20; 50; 100$ ; слева – наоборот. — — — —  $Pr = 10^2$ ; — — — —  $Pr = 10^3$ ; ······ —  $Pr = 10^4$

Показатели  $m$  и  $k$  являются функциями параметра смешанной конвекции  $A$ . При охлаждении жидкости у стенки показатель  $m$  обобщается со средней погрешностью не более  $\pm 2\%$  зависимостью:

$$m = \frac{0.031}{A + 2.774} + 0.172, \quad (12)$$

а показатель  $k$  со средней погрешностью не более  $\pm 0,3\%$  можно рассчитать по формуле:

$$k = \frac{0.260}{A + 1.567} + 0.831. \quad (13)$$

Аналогичные выражения при нагревании жидкости у стенки со средними погрешностями соответственно  $\pm 0,5\%$  и  $\pm 0,6\%$  имеют вид:

$$m = \frac{0.198}{A + 4.089} + 0.215, \quad (14)$$

$$k = \frac{0.448}{A + 2.327} + 0.777. \quad (15)$$

Параметр смешанной конвекции обнаруживает слабое влияние на относительный теплообмен, особенно при охлаждении жидкости у стенки. С использованием соотношений (10) – (15) получены критериальные уравнения для локального и среднего теплообмена и трения при обтекании плоской пластины:

$$Nu_x = \frac{1}{2} Re_x^{1/2} \bar{\mu}^m [-\theta'_0(0)], \quad (16)$$

$$\bar{Nu} = Re^{1/2} \bar{\mu}^m [-\theta'_0(0)], \quad (17)$$

$$C_{fx} = \frac{1}{2} \text{Re}_x^{-1/2} \bar{\mu}^{k-1} f_0''(0), \quad (18)$$

$$\bar{C}_f = \text{Re}^{-1/2} \bar{\mu}^{k-1} f_0''(0). \quad (19)$$

Здесь  $-\theta'_0(0)$  и  $f_0''(0)$  – градиенты температуры и скорости в случае постоянных физических свойств жидкости. Они являются функциями числа Прандтля и параметра смешанной конвекции и обобщаются со средними погрешностями соответственно  $\pm 1\%$  и  $\pm 5\%$  следующими зависимостями:

$$-\theta'_0(0) = \left( 2.078 + 0.008A - \frac{11.416}{A + 8.237} \right) \text{Pr}^{0.257 + 0.196/(A + 2.578)}, \quad (20)$$

$$f_0''(0) = (0.0001A^3 - 0.02A^2 + 2.532A + 1.487) \text{Pr}^{0.237 + 0.00006A - 0.345/(A + 1.458)}. \quad (21)$$

Результаты численных решений по теплообмену для смешанной конвекции при переменной вязкости жидкости удовлетворяют зависимости, предложенной Акривосом и подтвержденной в [3, 4] в случае постоянных физических свойств жидкости:

$$\text{Nu}_{\text{ск}} = (\text{Nu}_c^4 + \text{Nu}_b^4)^{1/4}, \quad (22)$$

где  $\text{Nu}_c$  и  $\text{Nu}_b$  – числа Нуссельта при свободной и вынужденной конвекции соответственно, рассчитываемые по зависимостям, приведенным в [6].

Полученные решения для  $\text{Pr} = 100$  хорошо согласуются также с результатами решений Ллойдом и Сперроу [4], полученными при преобладающем влиянии вынужденной конвекции ( $A < 4$ ) для чисел  $\text{Pr} = 0,003 - 100$ , а также практически совпадают с решением, полученным в работе [5] для  $A = 0,1$  и  $5$  и  $\text{Pr} = 10^2$  и  $10^3$ .

Анализ результатов показал, что для высоковязких жидкостей лучшее согласование с точными решениями дает формула (22). Погрешность расчета между точными решениями и полученными с помощью формулы (22) составляет не более  $5\%$  во всем диапазоне изменения  $A$  и  $\text{Pr} = 10^2 - 10^4$ . Поэтому формулу (22) можно рекомендовать для расчета коэффициента теплоотдачи при смешанной конвекции у вертикальной стенки для высоковязких жидкостей.

На рис. 10 сравниваются результаты настоящего исследования со значениями, рассчитанными по формуле (22), в случае  $\text{Pr} = 10^3$ ,  $\bar{\mu} = 0,01$ , а также при  $\text{Pr} = 10^4$ ,  $\bar{\mu} = 100$  в зависимости от параметра смешанной конвекции. Наблюдается хорошее соответствие решений.

Степени влияния переменной вязкости на гидродинамику и теплообмен в предельных случаях преобладания свободной и вынужденной конвекции близки к результатам исследования свободной и вынужденной конвекции с учетом переменной вязкости [6], являясь постоянными величинами. В области действия смешанной конвекции происходит переход величины показателя параметра относительной вязкости от одного значения к другому. На рис. 10 и 11 это проиллюстрировано для теплообмена при  $\bar{\mu} = 0,01$  и  $\bar{\mu} = 100$ .

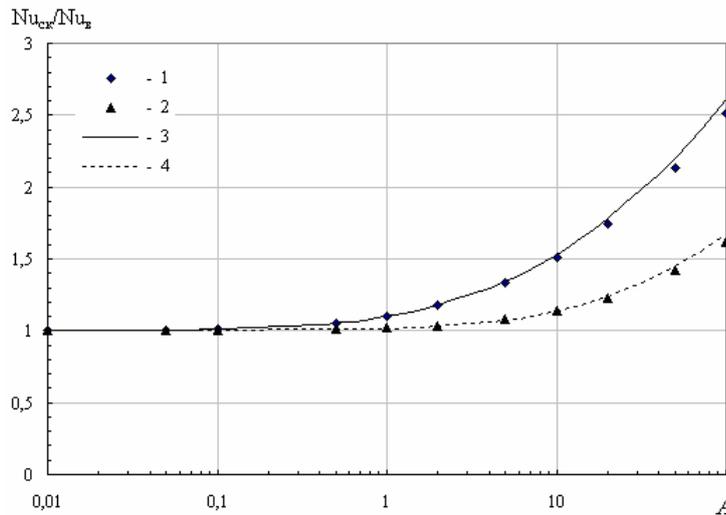


Рис. 10. Зависимость отношений чисел Нуссельта при смешанной и вынужденной конвекции от параметра  $A$ . 1, 3 –  $Pr = 10^3$ ,  $\bar{\mu} = 0.01$ ; 2, 4 –  $Pr = 10^4$ ,  $\bar{\mu} = 100$ ; 3, 4 – расчет по формуле (22); 1, 2 – авторские решения.

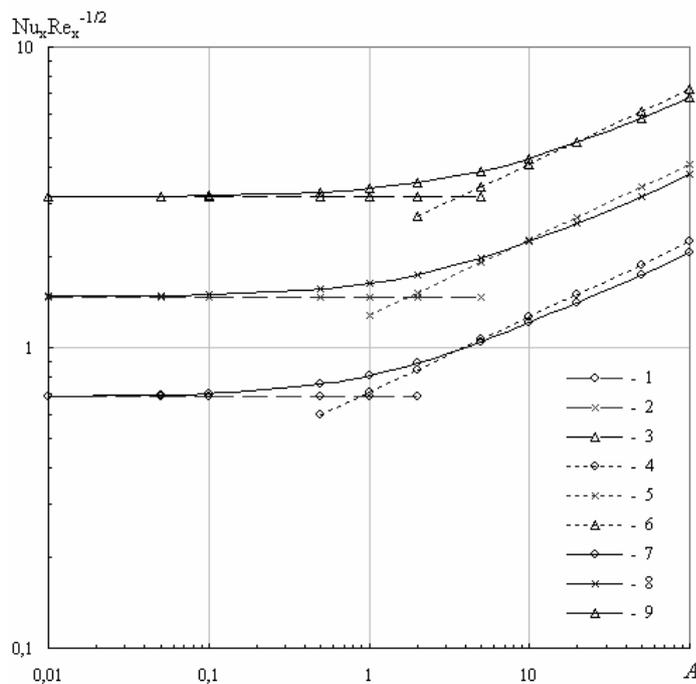


Рис. 11. Теплообмен при смешанной конвекции.  $\bar{\mu} = 0.01$ . 1, 2, 3 – вынужденная конвекция; 4, 5, 6 – свободная конвекция; 7, 8, 9 – смешанная конвекция; 1, 4, 7 –  $Pr = 10^2$ ; 2, 5, 8 –  $Pr = 10^3$ ; 3, 6, 9 –  $Pr = 10^4$ .

Для более детального исследования смешанной конвекции у вертикальных ограждающих поверхностей емкости авторами было проведено экспериментальное исследование течения парфюмерного масла и мазута М-100 у охлаждаемой вертикальной поверхности. Описание установки приведено в [4]. Локальная плотность теплового потока измерялась 16 датчиками теплового потока. Температура поверхности и жидкости измерялась медно-константановыми термопарами.

Экспериментальные данные, полученные на лабораторной установке, позволили рассмотреть теплообмен при смешанной конвекции между жидкостью и вертикальной поверхностью в широком диапазоне изменения условий однозначности.

Влияние вынужденного движения на свободную конвекцию зависит от параметра  $A = Gr_x/Re_x^2$ , величина которого прямо пропорциональна продольной координате. С уменьшением  $A$  влияние вынужденной конвекции увеличивается, поэтому на верхней части поверхности толщина пограничного слоя существенно уменьшается, по сравнению с нижней, тем самым устойчивость ламинарного пограничного слоя повышается. Это приводит к ламинаризации пограничного слоя при смешанной конвекции, который сохраняется до чисел подобия  $Ra_{ж,x} \cong 8 \cdot 10^{11}$  по сравнению со свободной конвекцией, при которой развитый турбулентный режим наблюдался при  $Ra_{ж,x} \cong 10^{11}$ .

Измерение температурного поля в пограничном слое с помощью термозондов при смешанной и при свободной конвекции позволило провести сравнение результатов решений для температурного поля с опытными значениями. Экспериментальные данные удовлетворительно согласуются с теоретическими решениями для свободной и смешанной конвекции. Вынужденное движение интенсифицирует процесс теплообмена в  $2 \div 4$  раза по сравнению со свободной конвекцией. Вынужденное движение жидкости оказывает более сильное влияние на теплообмен на верхней части вертикальной стенки, чем на нижней.

На рис. 12 приведено сравнение экспериментальных данных по теплообмену при смешанной конвекции, полученных нами [4], с результатами численных решений для смешанной конвекции в широком диапазоне изменения параметра  $A$  и числа Прандтля. Опытные данные удовлетворительно согласуются с результатами численных решений.

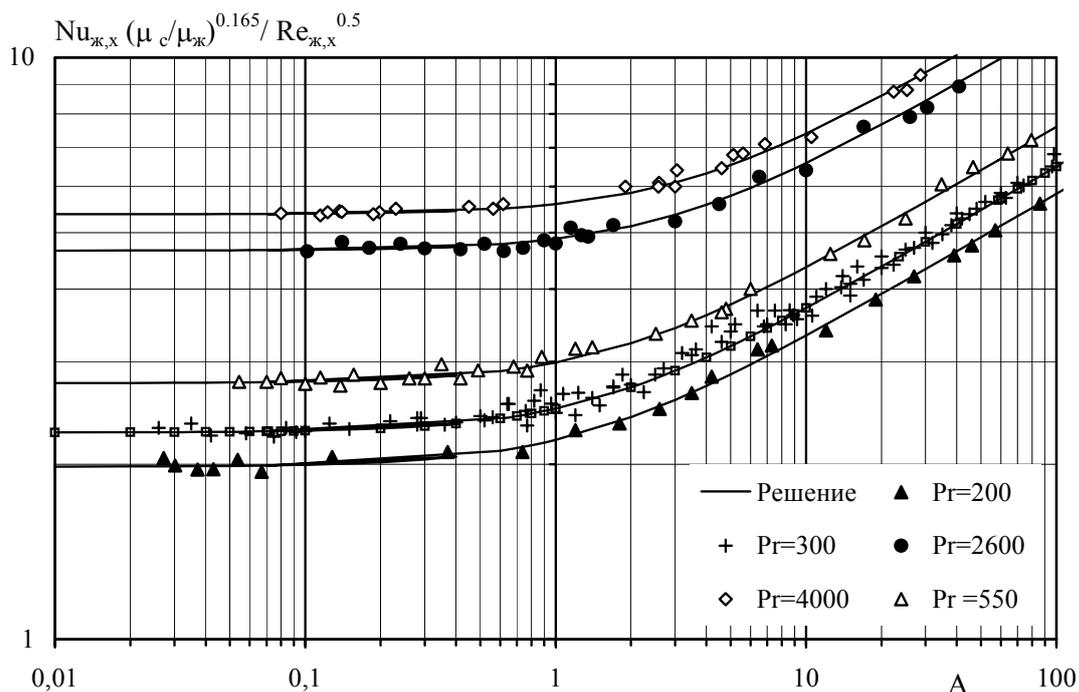


Рис.12. Сравнение экспериментальных данных по локальному теплообмену у вертикальной поверхности при смешанной конвекции с численными решениями

## Выводы

В результате проведенных исследований смешанной конвекции высоковязких ньютоновских жидкостей у охлажденной и нагретой поверхностей можно прийти к следующим выводам:

1. Влияние переменной вязкости жидкости на относительные теплообмен и трение зависит только от  $\bar{\mu}$ . Степень воздействия данного параметра на теплообмен и

трение различна и зависит от числа Прандтля, направления теплового потока и параметра смешанной конвекции  $A$ .

2. Влияние переменной вязкости на гидродинамику значительно больше, чем на теплообмен. То же самое касается влияния параметра смешанной конвекции  $A$ .

3. При охлаждении жидкости у поверхности устойчивость ламинарного течения снижается, по сравнению с изотермическим течением. С уменьшением  $\bar{\mu}$  и уменьшением параметра смешанной конвекции эта тенденция растет. При нагреве с ростом  $\bar{\mu}$  и параметра  $A$  устойчивость течения повышается.

4. С ростом числа Прандтля влияние на теплообмен и трение как переменной вязкости жидкости, так и параметра смешанной конвекции уменьшается.

5. Полученные решения согласуются с данными исследований других авторов, что подтверждает результаты нашей работы.

6. Получены критериальные уравнения для расчета локальных и средних чисел Нуссельта и коэффициентов трения при ламинарной смешанной конвекции у вертикальной пластины при ее охлаждении и нагреве. Эти уравнения могут рекомендоваться для инженерных расчетов локальных и средних коэффициентов теплообмена и трения.

### **Литература**

- [1] Петухов Б. С. Теплообмен в движущейся однофазной среде. Ламинарный пограничный слой. М.: МЭИ, 1993. 352 с.
- [2] Петухов Б.С., Поляков А.Ф. Теплообмен при смешанной турбулентной конвекции. М.: Наука, 1986. 192 с.
- [3] Селиванов Н.В. Теплообмен при смешанной конвекции // Совершенствование энергетических систем и комплексов: Сб. науч. Трудов. Саратов: Изд-во Саратов. Ун-та, 2000. С. 32-38.
- [4] Селиванов Н.В. Теплообмен высоковязких жидкостей в емкостях Монография. Астрахань: Изд-во АГТУ, 2001. 232 с.
- [5] Шульман З.П. Конвективный теплоперенос реологически сложных жидкостей. М.: Энергия, 1975. 352 с.
- [6] Селиванов Н.В. Влияние переменной вязкости жидкости на теплообмен при ламинарной конвекции // ИФЖ. 2002. Т. 75, № 6. С. 133 – 136.