

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СЛОЯХ ПОГЛОЩАЮЩИХ И ИЗЛУЧАЮЩИХ ЖИДКОСТЕЙ

Казанский государственный технологический университет, г.Казань, Россия

[panfilovitch@kstu.ru](mailto:panfilovitch@kstu.ru)

Разработана экспериментально-теоретическая математическая модель и предложен метод численного расчета параметров радиационно-кондуктивного теплообмена в цилиндрических коаксиальных слоях поглощающих и излучающих органических жидкостей.

Предложен численный метод определения плотности радиационного потока при заданном распределении температуры в слое полупрозрачной поглощающей и излучающей среды, заполняющей пространство между двумя бесконечными коаксиальными цилиндрами радиусами  $r_1, r_2$  ( $r_1 < r_2$ ).

Предполагается, что поле температур и интенсивность излучения обладают осевой симметрией, поверхности цилиндров диффузно излучающие и зеркально отражающие. Уравнение для интенсивности излучения вдоль направления  $l$  записывается в виде

$$\frac{\partial I_v}{\partial l} + k_v I_v = j_v. \quad (1)$$

Здесь  $I_v$  – интенсивность излучения,  $k_v$  – коэффициент поглощения,

$$j_v = k_v I_b(T) = k_v n^2 \frac{2h\nu^3}{c_0^2 (\exp(h\nu/kT) - 1)},$$

$I_b(T)$  – функция Планка,  $n$  – показатель преломления,  $h$  – постоянная Планка,  $c_0$  – скорость света в вакууме,  $k$  – постоянная Больцмана,  $\nu$  – частота излучения,  $T = T(r)$  – температура среды.

Плотность радиационного потока находится методом прямого моделирования. Непосредственным следствием уравнение (1) является соотношение:

$$I(P_0, \alpha) = I(P_1, \alpha) e^{-ks_0/\cos\psi} + \int_{P_0}^{P_1} j(s) e^{-ks/\cos\psi} \frac{ds}{\cos\psi},$$

где  $I(P, \alpha)$  – интенсивность излучения в точке  $P$  в направлении  $\alpha$ ,  $s_0$  – расстояние между точками  $P_1, P_0$ ,  $\psi$  – угол между направлением  $l$  и плоскостью  $z=0$ . Зависимость участвующих здесь величин от частоты не указывается. Аналогично

$$I(P_1, \alpha) = B_1 + R_1 \left( I(P_2, \beta) e^{-ks_1/\cos\psi} + \int_{P_1}^{P_2} j(s) e^{-ks/\cos\psi} \frac{ds}{\cos\psi} \right),$$

где  $B_1 = (1 - R_1) n^2 \frac{2h\nu^3}{c_0^2 (\exp(h\nu/kT_1) - 1)}$  – яркость внутренней цилиндрической поверхности,  $R_1$  –

отражательная способность,  $T_1$  – температура поверхности внутреннего цилиндра,  $s_1$  – расстояние между точками  $P_1, P_2$ . Второе слагаемое в правой части равенства соответствует радиации, отраженной от поверхности внутреннего цилиндра в

направлении точки  $P_0$ . Точно так же

$$I(P_2, \beta) = B_2 + R_2 \left( I(P_3, \beta) e^{-ks_1 / \cos \psi} + \int_{P_2}^{P_3} j(s) e^{-ks / \cos \psi} \frac{ds}{\cos \psi} \right),$$

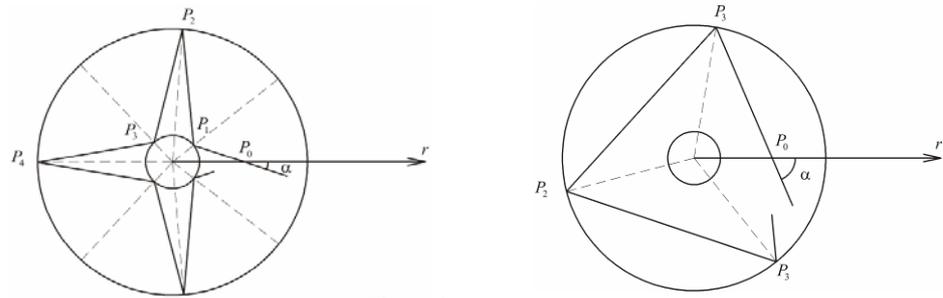


Рис. 1

где индекс 2 соответствует наружному цилиндру. В результате оказывается

$$I(P_0, \alpha) = \chi_1 q_0 (B_1 + R_1 B_2 q_1) + q_0 R_1 \chi_1 (f_1^{(1)} + q_1 R_2 f_1^{(2)}) + f_0, \quad (2)$$

$$q_i = e^{\frac{ks_i}{\cos \psi}}, \quad i = 0, 1, \quad f_1^{(1)} = \int_{P_1}^{P_2} j(s) e^{-ks / \cos \psi} \frac{ds}{\cos \psi}, \quad f_1^{(2)} = \int_{P_2}^{P_1} j(s) e^{-ks / \cos \psi} \frac{ds}{\cos \psi}, \quad f_0 = \int_{P_0}^{P_1} j(s) e^{-ks / \cos \psi} \frac{ds}{\cos \psi},$$

$$\chi_1 = (1 - q_1^2 R_1 R_2)^{-1}.$$

В случае, когда  $\arcsin \frac{r_1}{r_0} < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ , т. е. точка  $P_1$  лежит на наружном цилиндре (рис. 1),

имеем:

$$I(P_0, \alpha) = q_0 \chi_2 (B_2 + R_2 f_1) + f_0, \quad (3)$$

где  $f_1 = \int_{P_1}^{P_2} j(s) e^{-ks / \cos \psi} \frac{ds}{\cos \psi}$ ,  $f_0 = \int_{P_0}^{P_1} j(s) e^{-ks / \cos \psi} \frac{ds}{\cos \psi}$ ,  $\chi_2 = (1 - q_1 R_2)^{-1}$ . Равенства (2), (3) позволяют

подсчитать интенсивность излучения, поступающего в точку  $P_0$  слева. Интенсивность излучения, поступающего справа, подсчитывается аналогично. Тогда плотность теплового потока есть

$$E(P_0) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \int_{\omega} (I_+(P_0, \alpha, \psi) - I_-(P_0, \alpha, \psi)) \cos \alpha \cos \psi d\omega d\nu. \quad \text{Здесь } (\nu_1, \nu_2) - \text{интервал излучаемых частот}$$

$I_+$ ,  $I_-$  – интенсивность излучения, приходящего слева и справа в точку  $P_0$ ,  $d\omega$  – элемент площади поверхности единичной сферы. Таким образом, определение величины  $E(P_0)$  сводится к вычислению интегралов  $f = \int_{P_1}^{P_2} j(s) e^{-ks} ds$ . После замены переменной они

принимают вид  $\int_0^1 g(t) \frac{dt}{\sqrt{t}}$  с гладкой функцией  $g(t)$ , что дает возможность использовать

интерполяционную квадрату с сингулярным весом  $1/\sqrt{t}$ .

Затем конструируется численный метод, решения задачи о радиационно-кондуктивном теплообмене в цилиндрическом слое поглощающей и излучающей среды.

Если считать заданными коэффициент молекулярной теплопроводности  $\lambda$ , суммарный тепловой поток  $Q$  и температуру  $T_1$  внутреннего цилиндра то

$$T(r) = T_1 - \frac{Q}{\lambda} r_1 \ln(r/r_1) + \frac{1}{\lambda} \int_{r_1}^r E(\rho, T(\rho)) d\rho, \quad r_1 \leq r \leq r_2.$$

Это соотношение – нелинейное интегральное уравнение относительно функции  $T(r)$ . Для его решения применялся метод типа простой итерации:

$$T^{(k+1)}(r) = \tau T^{(k)}(r) + (1 - \tau) \left( T_1 - \frac{Q}{\lambda} r_1 \ln \frac{r}{r_1} + \frac{1}{\lambda} \int_{r_1}^r E(\rho, T^{(k)}(\rho)) d\rho \right), \quad k = 0, 1, \dots, \quad (4)$$

где  $k$  – номер итерации,  $\tau$  – итерационный параметр.

Далее описывается итерационный метод решения обратной задачи об определении коэффициента молекулярной теплопроводности. Предполагается, что в результате эксперимента оказываются известными следующие величины:  $Q$  – полный тепловой поток через ячейку,  $T_1$  – температура внутреннего цилиндра,  $T_2$  – температура внешнего цилиндра, а также спектральные зависимости коэффициента поглощения, показателя преломления жидкости, отражательных способностей поверхностей цилиндров. Предполагается, также, что перепад температур настолько мал, что искомый коэффициент молекулярной теплопроводности  $\lambda_k$  можно считать постоянным по толщине слоя. При выполнении этих условий получаем уравнение  $\lambda = \left( Q r_1 \ln(r_2/r_1) - \int_{r_1}^{r_2} E(\rho, T(\lambda, \rho)) d\rho \right) / (T_1 - T_2)$ ,

решение которого находилось итерационным методом:

$$\lambda_{i+1} = \left( Q r_1 \ln(r_2/r_1) - \int_{r_1}^{r_2} E(\rho, T(\lambda_i, \rho)) d\rho \right) / (T_1 - T_2), \text{ где } T(\lambda_i) \text{ строилось при помощи метода (4). Как}$$

правило, требуется не более четырех итераций для отыскания значения  $\lambda_k$  с точностью порядка 0.01%.

Проведен численный анализ **распределения температур** в цилиндрических слоях полупрозрачных органических жидкостей в зависимости от величины слоя, оптических характеристик поверхностей цилиндров и перепада температур в слое  $\Delta T$ . Среда принималась селективной.

Радиационный потока тепла искажает логарифмическое распределение температуры в цилиндрическом слое. Избыточная температура  $T_L - T_r$  ( $T_r$  – температур жидкости при отсутствии радиационного потока тепла) существенно несимметрична (рис.2а). При одинаковых отражательных способностях поверхностей  $R_1$  и  $R_2$  величины  $T_L - T_r$  меняют знак около  $r/r_1$ , равных 1,6 - 2.

Одновременное снижение отражательной способности поверхностей стенок нити и капилляра от  $R_1 = R_2 = 0,9$  до  $R_1 = R_2 = 0,5$  приводит к увеличению избыточной температуры слоя жидкости вблизи нагретой стенки и снижению отрицательной избыточной температуры вблизи холодной стенки.

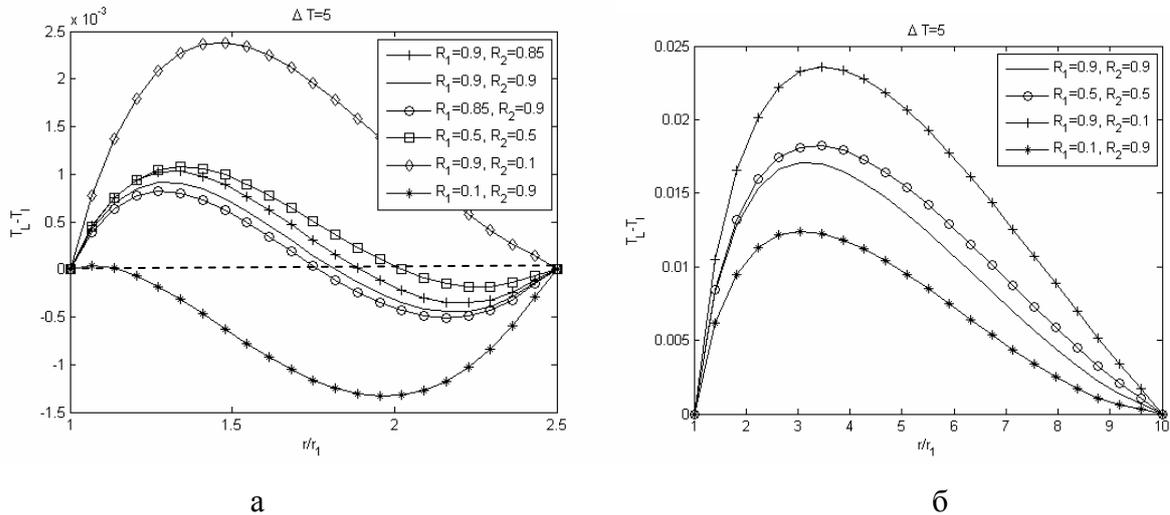


Рис 2. Влияние радиационных характеристик поверхностей на распределение избыточной температуры в цилиндрическом слое метилбутилкетона.  $T=373,3\text{K}$ ;  $\Delta T=5\text{K}$ . а -  $r_2/r_1=2,5$ , б -  $r_2/r_1=10$

Аналогичные закономерности изменения распределения температур наблюдается при других перепадах температур в слое жидкости

Сильный перекося отражательных способностей поверхностей приводит к резкому изменению вида распределения избыточных температур по слою жидкости. При значениях  $R_1=0,9$  и  $R_2=0,1$  кривая  $T_L - T_r$  также несимметрична, но не имеет минимума и в пределах цилиндрического слоя величины  $T_L - T_r$  положительны. Этим значениям отражательных способностей примерно соответствует система платина (нить) - стекло (капилляр) в исследованиях радиационно-кондуктивного теплообмена при измерениях коэффициента теплопроводности методом нагретой нити.

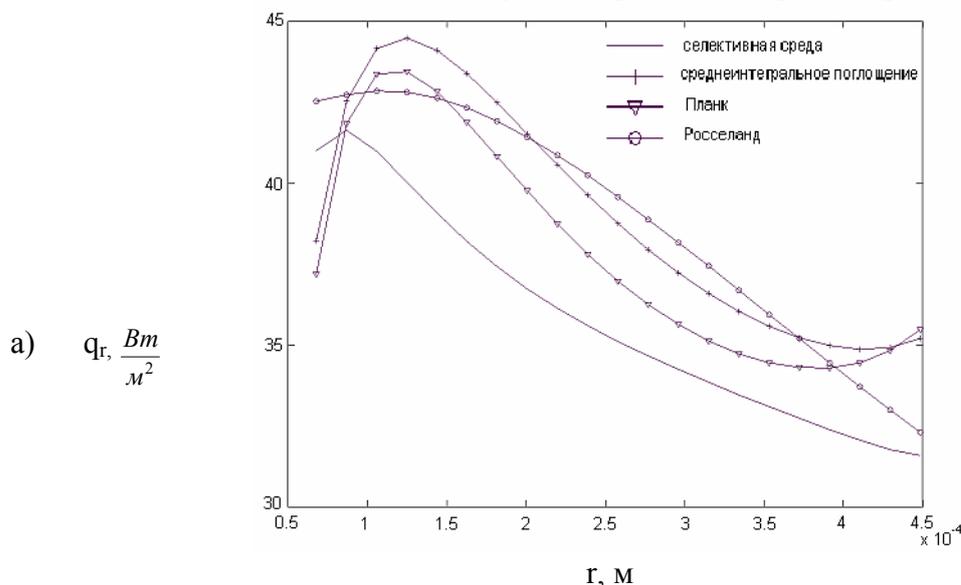
Распределение температуры в цилиндрическом слое при относительно большой толщине  $r_2/r_1=10$  имеет существенно другой характер (рис. 2б).

Отметим, что характер изменения избыточной температуры в цилиндрическом коаксиальном слое существенно отличается от распределения температур в плоском слое.

Характер поведения  $T_L - T_r$  для разных  $\Delta T$  при одном  $r_2/r_1$  сохраняется, но изменяется амплитуда отклонений величин  $T_L - T_r$ .

Распределение температур в цилиндрических коаксиальных слоях жидкостей при радиационно-кондуктивном теплообмене в селективной постановке исследовано впервые

**Проведена численная оценка влияния серых приближений и селективного представления коэффициентов поглощения на распределение радиационного потока тепла в цилиндрических слоях.** Спектральный коэффициент отражения  $R_1$  принят для неполированной платины, отражения  $R_2$  для стекла марки КИ. Линии результирующих радиационных потоков теплового излучения  $q_r$  не симметричны (рис.3).



С целью выяснения характера изменения  $q_r$  в зависимости от геометрических размеров проведены расчеты для тонких цилиндрических слоев внутренним радиусом  $r_1 = 10$  мм и толщинами слоя до  $\delta = 1$  мм и меньше (рис.4). Тонкие цилиндрические слои при  $\delta/r_1 \rightarrow 0$  можно рассматривать как плоские. Уже при  $\delta/r_1=0,1$  (рис.4) распределение результирующих радиационных потоков приближается к симметричному как для плоского слоя, что подтверждает надежность разработанной методики.

Рассчитанные потоки в сером приближении по Росселанду выше, а в сером приближении по Планку и при использовании среднее интегральных коэффициентов поглощения ниже, чем при использовании селективных коэффициентов поглощения. Такое соотношение расчетов  $q_r$  в сером приближении по отношению к расчетам по селективным коэффициентам поглощения четко соответствует плоскому слою. При  $\delta/r_1=0,1$  характер распределения  $q_r$  по цилиндрическому слою становится еще ближе к распределению  $q_r$  в плоском слое (рис.4).

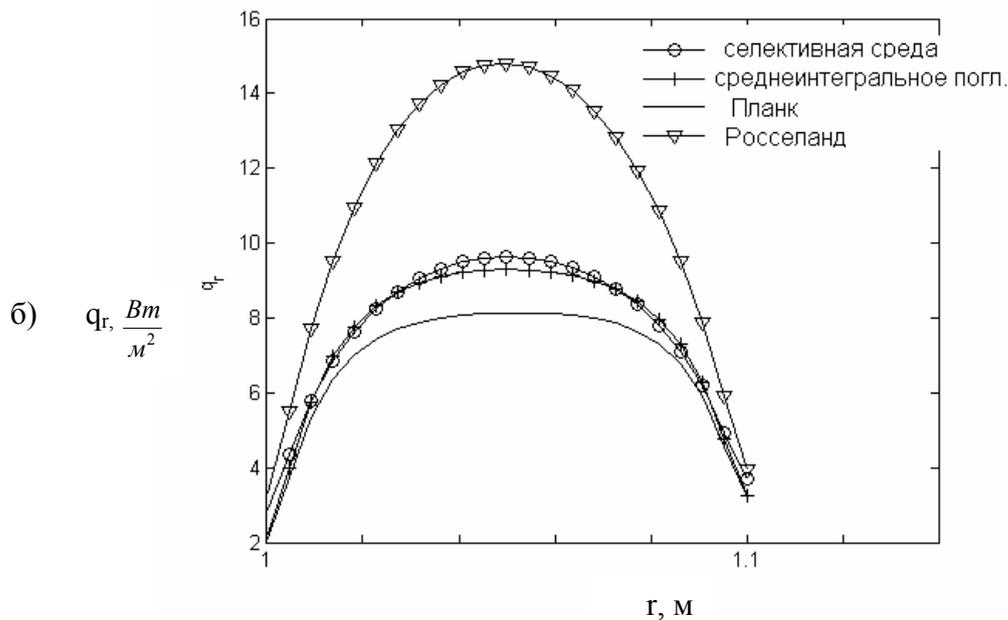


Рис.4. Результирующий радиационный поток тепла в цилиндрическом слое метилбутилкетона.  $T=373,3$  К.  $R_1=R_2=0,75$ ;  $\delta/r=0,1$

Реальную полупрозрачную жидкость нельзя рассматривать ни как оптически тонкую, ни как оптически толстую. В пределах полос поглощения жидкость может быть оптически толстой, а в промежутках между полосами поглощения – оптически тонкой. Поэтому при расчетах радиационно-кондуктивного теплообмена в цилиндрических слоях (также как и в плоских) полупрозрачных органических жидкостей использование серых приближений может привести к большим погрешностям.

**Рассчитаны коэффициенты молекулярной и кондуктивной теплопроводности поглощающих и излучающих органических жидкостей (рис. 5-7).** Эффективные коэффициенты теплопроводности м-ксилола и 1-гексена взяты из справочника [1], остальных жидкостей, измеренных методом нагретой нити ( $d_1=0,097$  мм,  $d_2=0,936$  мм) - из работы [2].

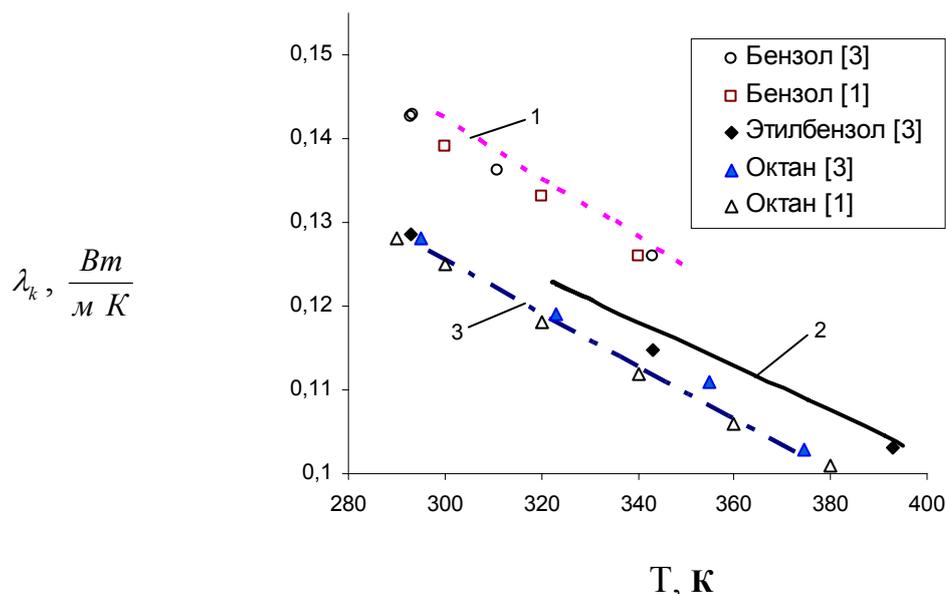


Рис 5. Сравнение коэффициентов молекулярной теплопроводности, полученных авторами (1- бензол; 2- этилбензол; 3- н-октан) с результатами экспериментальных исследований (точки)

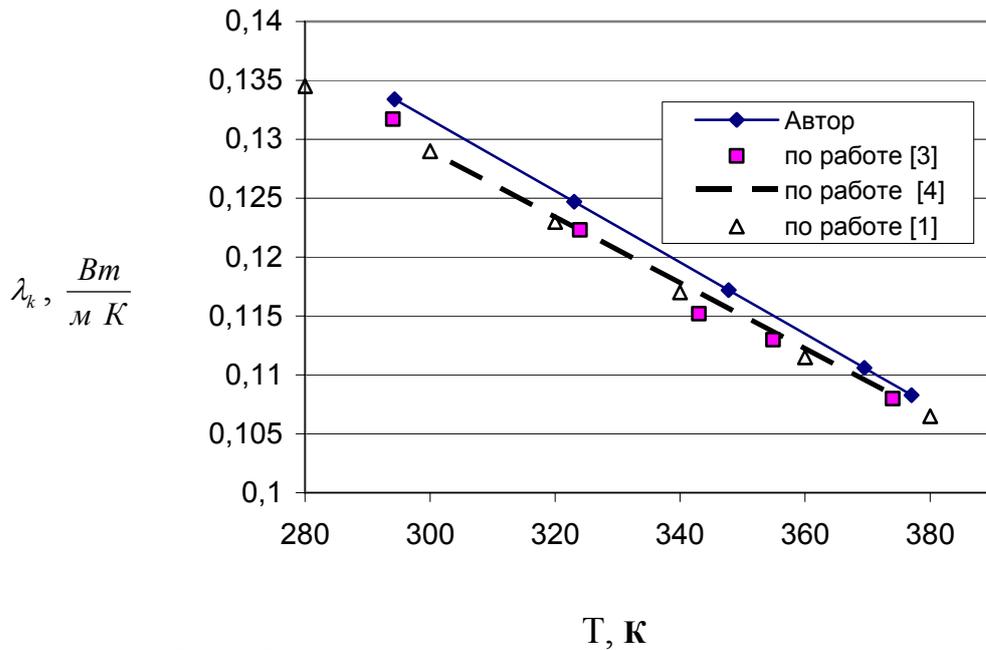


Рис.6. Коэффициенты молекулярной теплопроводности толуола

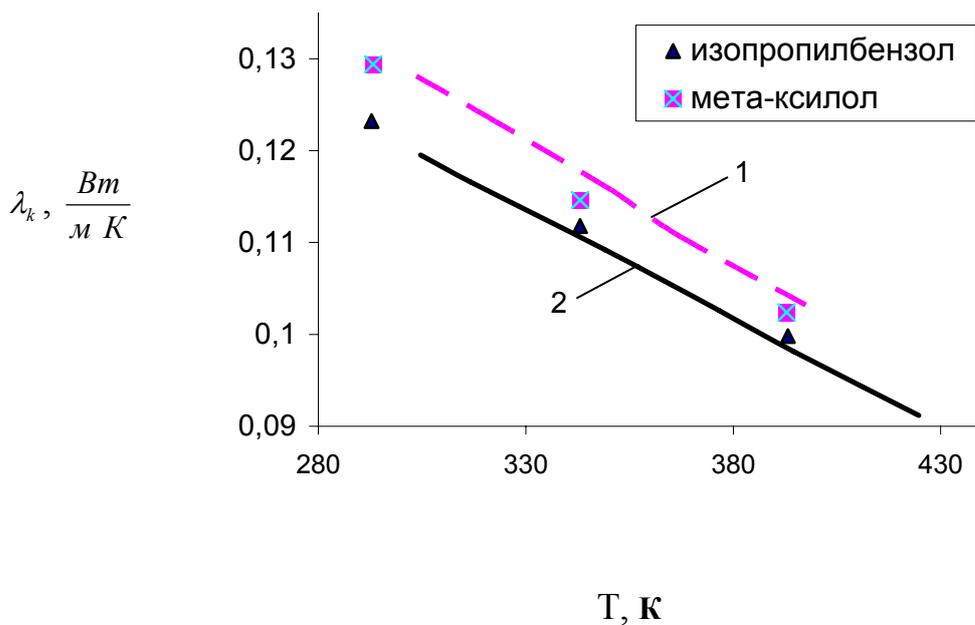


Рис.7. Коэффициенты молекулярной теплопроводности.  
: 1- мета-ксилол; 2- изопропилбензол; линии-расчет, точки - эксперимент по работе [3]

В реальных процессах радиационно-кондуктивного теплообмена нагреватель платиновая проволока диаметром  $\sim 0,1$  мм. Материал внешней стенки обычно стекло. В расчетах приняты селективные отражательные способности неполированной платины и кварцевого стекла марки КИ.

Экспериментальные коэффициенты молекулярной теплопроводности н-октана, 1-гексена и исследованных ароматических углеводородов приведены в справочнике [1] и работе [3]. Погрешность измерений коэффициентов молекулярной теплопроводности по [3] составляет 2-3%. Результаты наших расчетов  $\lambda_k$  совпадают с экспериментальными данными в пределах погрешности измерений.

Рассчитанные  $\lambda_k$  н-октана на  $\sim 0,8\%$  ниже данных [3] и на  $\sim 1\%$  выше данных [1], а этилбензола выше на  $0,9\%$  данных [3]. Расчет для бензола дает величины  $\lambda_k$  выше данных работы [1] и работы [3] на  $\sim 1,5\%$ . Коэффициенты молекулярной теплопроводности толуола выше экспериментальных по работе [3] и справочнику [1]. на  $1\%-1,5\%$ .

Рассчитанные  $\lambda_k$  изопропилбензола ниже экспериментальных [3] на  $\sim 1,5\%$ , для м-ксилола расчет превышает эксперимент на  $0,9\%-2,5\%$ . Экспериментальные коэффициенты молекулярной теплопроводности 1-гексена по данным [3] ниже рассчитанных.

**Коэффициенты радиационной теплопроводности жидкостей** найдены как разность  $\lambda_r = \lambda_{эфф} - \lambda_k$ . Они образуют группы по гомологическим рядам (рис. 10- 12).

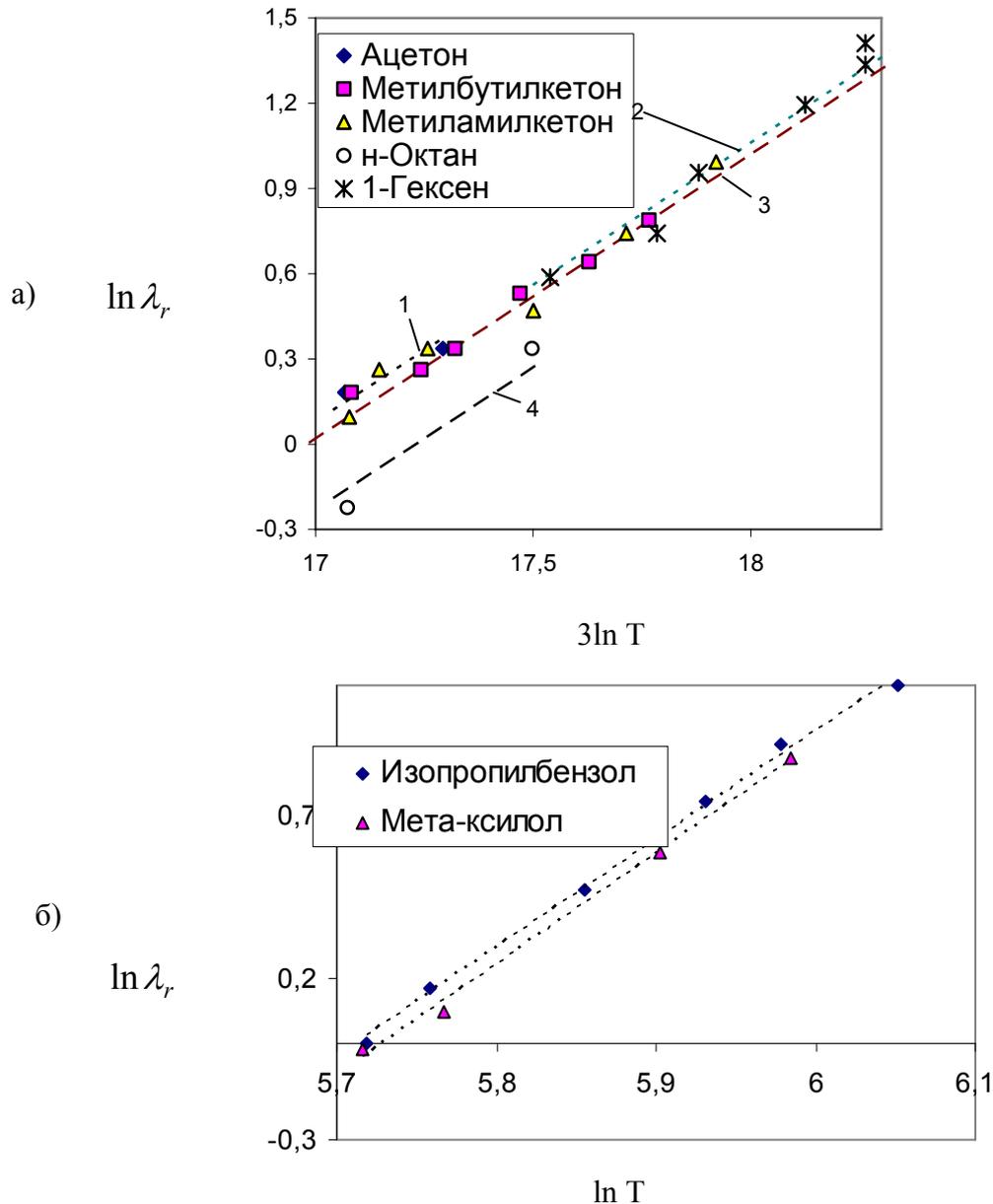


Рис.9. Коэффициенты радиационной теплопроводности: а) ацетона (1), 1-гексена (2), метилбутилкетона и метиламилкетона (3), н-октана (4); б) мета-ксилола и изопропилбензола

Алкан н-октан имеет минимальную величину  $\lambda_r$ . Кетоны (ацетон, метилбутилкетон, метиламилкетон) представляют вторую группу. Рассчитанные  $\lambda_r$  кетонов образуют практически одну растущую с температурой зависимость со слабым расслоением в направлении ацетон – метиламилкетон (рис.9а).

Коэффициенты радиационной теплопроводности 1-гексена, рассчитанные при давлениях до ~10 МПа, практически не зависят от давления (табл. 2).

Ароматические углеводороды – бензол и его гомологи толуол и этилбензол представляют следующую группу жидкостей. Их коэффициенты радиационной теплопроводности также образуют набор слаборасслаивающихся линий в направлении бензол-этилбензол (рис. 10).

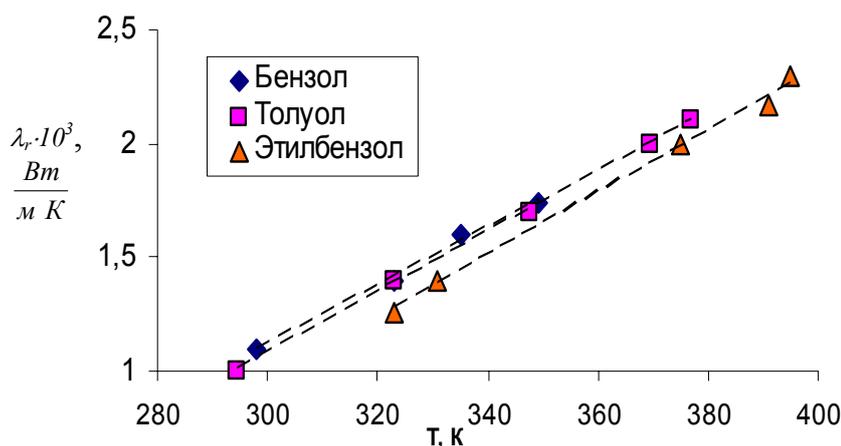


Рис.10. Коэффициенты радиационной теплопроводности бензола, толуола и этилбензола

Коэффициенты радиационной теплопроводности ароматических углеводородов метаксилола и изопропилбензола показаны на рис.10б.

Зависимости от температуры коэффициентов радиационной теплопроводности на рис.9 – 10 близки к линейным. Угловым коэффициентом  $d\lambda_r/dT$  кетонов и 1-гексена равен ~3, метаксилола и изопропилбензола равен ~3,4, бензолов ~1.

Изменение  $\lambda_r$  исследованных жидкостей с температурой не всегда соответствует формуле [3]

$$\lambda_r = 16/3 \sigma n^2 B T^3 \quad (5)$$

для корректировки экспериментального материала по эффективным коэффициентам теплопроводности согласно соотношению  $\lambda_r = \lambda_{эфф} - \lambda_k$ .

В формуле (5)  $\sigma$  – постоянная излучения абсолютно черного тела;  $n$  – средний показатель преломления. Жидкости разбиты на три группы. Первая группа – ПМС-200, метанол, этанол, муравьиная и уксусная кислоты,  $B = 0$ . Вторая группа – одноатомные спирты и одноосновные кислоты (кроме первых двух),  $B = 8,4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1}$ . Третья группа – все остальные исследованные жидкости,  $B = 11,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1}$ .  $B$  – эмпирические константы для сильно, интенсивно и умеренно поглощающих органических жидкостей. Константы отнесены к толщине слоя ~ 0,5 мм и степени черноты ограждающих поверхностей 0,1.

Она применима для ограниченного числа жидкостей там, где ее справедливость установлена на основе данных по коэффициентам радиационной теплопроводности

Коэффициенты радиационной теплопроводности исследованных членов гомологического ряда можно использовать для прогнозирования  $\lambda_r$  соседей по гомологическому ряду.

## Литература

1. Варгафтик Н.Б., Филиппов Л.П., Тарзиманов А.А., Тоцкий Е.Е. Справочник по теплопроводности жидкостей и газов. М.: Энергоатомиздат. 1990. 352 с.
2. Брыков В.П. Экспериментальное исследование теплопроводности органических жидкостей при низких температурах: Дис...канд. техн. наук. Казань. КХТИ им С.М. Кирова. 1970. 233 с.
3. Габитов Ф.Р. Теплофизические свойства органических жидкостей в широком диапазоне температур, не искаженные радиационным теплопереносом. Дис... докт. техн. наук. Казань. КХТИ. 2000. 325 с.
4. Геллер В.З., Пармонов И.А., Татевосов Г. Д. Исследование теплопроводности толуола и экспериментальная оценка вклада лучистой составляющей в эффективный коэффициент теплопроводности. Сб. Теплофизические свойства веществ. Наука. М.: 1973. С.93-97.