

УДК 582.5.16 : 631.243.4

Математическое моделирование теплофизического состояния биологической продукции в процессе хранения.

В.И.Кондрашов, А.М.Моисеенко

Кафедра математики Орловского государственного аграрного университета, Орел, Россия

Определяющим для обеспечения сохранности биологической продукции является температурно-влажностный режим в помещениях хранения и в самом сырье. Большие потери скоропортящихся пищевых продуктов в значительной мере объясняются низким уровнем теоретических исследований при изучении тепловлажностных процессов в камерах холодильников и в плодоовощехранилищах. Следует отметить, что для расчетов тепломассопереноса в биосырье в большинстве работ используются простые математические модели, неадекватно отражающие процессы, происходящие в массе сырья [1-2].

Только достаточно полная математическая модель взаимосвязанного тепло и влагообмена в хранилищах биологической продукции, основанная на сопряженной нестационарной задаче с учетом естественной конвекции, крупнозернистости насыпи, тепломассопереноса в объеме клубней, на межфазных границах, в жидкой и газообразной фазах [3], может учесть все особенности теплооблагодобмена в их совокупности. Такая модель (рис. 1) включает следующие уравнения, начальные и граничные условия:

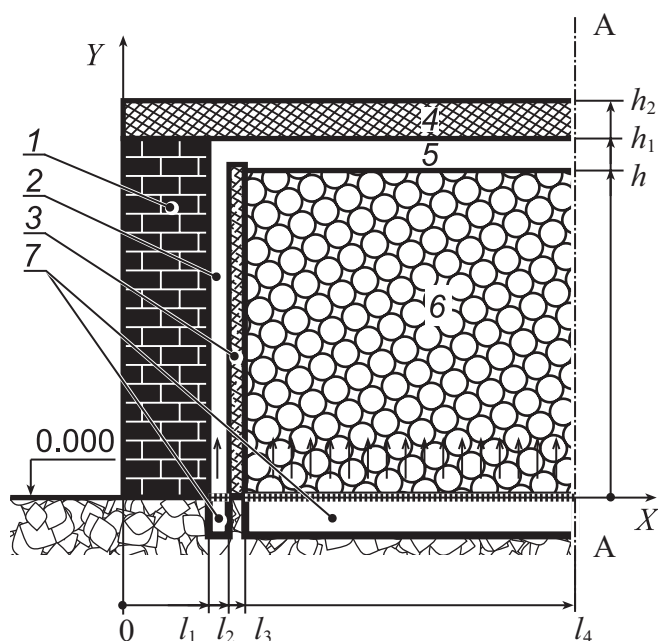


Рис. 1. Хранилище с воздушной прослойкой: 1 – наружная стена; 2 – воздушная прослойка; 3 – отделяющий экран; 4 – покрытие; 5 – верхняя зона; 6 – насыпь продукции; 7 – воздуховоды; AA – ось симметрии.

Уравнение теплопроводности для бокового ограждения

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} + W_x \frac{\rho_a c_a}{(\rho c)_1} \frac{\partial T_1}{\partial x} = a_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} \right). \quad (1)$$

Уравнение энергии для воздуха в воздушной прослойке

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} + u(x) \frac{\partial T_2}{\partial y} = a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + dissF. \quad (2)$$

Уравнение теплопроводности для отделяющего экрана

$$\frac{\partial T_3}{\partial \tau} = a_3 \left(\frac{\partial^2 T_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_3}{\partial y^2} \right). \quad (3)$$

Уравнение энергии для насыпи продукта

$$\frac{\partial T_m}{\partial \tau} = \frac{1}{c_m} q_0 \exp(bT_m) - \frac{\beta q_c F_m \varepsilon_m E}{\rho_m c_m} (f(T_m) - d) + \text{div}(\epsilon_m \text{grad} T_m) - k_1 (T_m - T_a) \quad (4)$$

$$k_1 = \frac{\alpha_c F_m}{\rho_m c_m}.$$

Уравнение энергии для воздуха в насыпи продукта

$$\frac{\partial T_a}{\partial \tau} + \mathbf{u} \cdot \text{grad} T_a = \text{div}(\epsilon_a \text{grad} T_a) + k_2 (T_m - T_a) \quad (5)$$

$$k_2 = \frac{\alpha_c F_m}{\varepsilon \rho_a c_a}.$$

Уравнение диффузии влаги

$$\frac{\partial d}{\partial \tau} + \mathbf{u} \cdot \nabla d = \frac{D}{\varepsilon} \Delta d + \frac{\beta F_m \varepsilon_m E}{\rho_a \varepsilon} (f(T_m) - d). \quad (6)$$

Уравнение теплопроводности для покрытия

$$\frac{\partial T_4}{\partial \tau} = a_4 \left(\frac{\partial^2 T_4}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_4}{\partial y^2} \right). \quad (7)$$

Уравнения движения воздуха в насыпи для смешанной конвекции [4].

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_a} \text{grad} P - \frac{\mathbf{u}}{\rho_a u} F(u) - \mathbf{k} \beta_0 g (T_a - T_m); \quad (8)$$

Уравнение неразрывности

$$\text{div} \mathbf{u} = 0. \quad (9)$$

Скорость воздуха в воздушной прослойке

$$u(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} \bar{u} (1-z^2) & \text{– для ламинарного режима;} \\ 1,2 \bar{u} (1-z^2)^{\frac{1}{7}} & \text{– для турбулентного режима;} \end{cases}$$

$$\text{где } z = \frac{x - \frac{l_1 + l_2}{2}}{\frac{l_1 + l_2}{2}}; a_t = 0,1 \frac{l_1 + l_2}{2} \frac{\bar{u}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{0,316}{\text{Re}^{0,25}}} (1-z).$$

Эффективные коэффициенты тепломассопереноса определяются по [5, 6].

Начальные условия ($\tau=0$)

$$T_1(x, y, 0) = T_{10}; T_2(x, y, 0) = T_{20}; T_3(x, y, 0) = T_{30}; T_m(x, y, 0) = T_{m0}; T_a(x, y, 0) = T_{a0}; \\ d(x, y, 0) = d_0; T_4(x, y, 0) = T_{40}; \mathbf{u}(x, y, z, 0) = \mathbf{u}_0$$

Граничные условия по оси OX :

Теплообмен на границе окружающая среда – боковое ограждение ($x=0$)

$$(1-p)\lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=0} = \alpha_s (T_1|_{x=0} - T_s); \alpha_s = \alpha_k + \alpha_l.$$

Теплообмен на границе боковое ограждение – воздушная прослойка ($x=l_1$)

$$\lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=l_1} = \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial x} \right|_{x=l_1} + \alpha_{l_1} (T_3|_{x=l_2} - T_1|_{x=l_1}); T_1|_{x=l_1} = T_2|_{x=l_1}.$$

Теплообмен на границе воздушная прослойка – отделяющий экран ($x=l_2$)

$$\lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial x} \right|_{x=l_2} + \alpha_{l_1} (T_3|_{x=l_2} - T_2|_{x=l_1}) = \lambda_3 \left. \frac{\partial T_3}{\partial x} \right|_{x=l_2}; T_2|_{x=l_2} = T_3|_{x=l_2}.$$

Теплообмен на границе отделяющий экран – насыпь продукции ($x=l_3$)

$$\lambda_m \left. \frac{\partial T_m}{\partial x} \right|_{x=l_3} = \lambda_3 \left. \frac{\partial T_3}{\partial x} \right|_{x=l_3}; T_3|_{x=l_3} = T_m|_{x=l_3} = T_a|_{x=l_3}.$$

Условия на оси симметрии ($x=l_4$)

$$\left. \frac{\partial T_m}{\partial x} \right|_{x=l_4} = \left. \frac{\partial T_a}{\partial x} \right|_{x=l_4} = \left. \frac{\partial T_4}{\partial x} \right|_{x=l_4} = \left. \frac{\partial d}{\partial x} \right|_{x=l_4} = \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l_4} = 0.$$

Условие влагонепроницаемости отделяющего экрана

$$\left. \frac{\partial d}{\partial x} \right|_{x=l_3} = 0.$$

Граничные условия по оси OY :

Условия при $y=0$ на выходе из вентиляционных каналов

$$T_a = T_m;$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = u_1; T_a|_{y=0} = \theta_2; d|_{y=0} = f(\theta_2, \Phi);$$

для остальной части нижней границы насыпи:

$$T_a|_{y=0} = \theta_1, \quad \left. \frac{\partial d}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad \frac{d\mathbf{u}}{dy} = 0.$$

Теплообмен на границе насыпь продукта – верхняя зона хранилища ($y = h$)

$$-\lambda \left. \frac{\partial T_m}{\partial y} \right|_{y=h} = \alpha_{k_2} (T_m|_{y=h} - T_5) + \alpha_{l_2} (T_m|_{y=h} - T_4|_{y=h_1});$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial^2 d}{\partial y^2} \Big|_{y=h} = 0; \\ \frac{\partial^2 T_a}{\partial y^2} \Big|_{y=h} = 0. \end{array} \right\} \text{ - "мягкие" условия стабилизации градиентов}$$

Теплообмен на границе верхняя зона – покрытие ($y=h_1$)

$$-\lambda_4 \left. \frac{\partial T_4}{\partial y} \right|_{y=h_1} = \alpha_{k_2} (T_4|_{y=h_1} - T_5|_{y=h_1}) + \alpha_{l_2} (T_m|_{y=h} - T_4|_{y=h_1}) + Q.$$

Теплообмен на границе покрытие – окружающая среда ($y=h_2$)

$$-\lambda_4 \left. \frac{\partial T_4}{\partial y} \right|_{y=h_2} = \alpha_s (T_4|_{y=h_2} - T_s).$$

Для хранилища с заглублением к уравнениям (1) – (9) добавляется уравнение теплопроводности для грунта и условия сопряжения (теплового баланса) на границе грунт – внешняя часть конструкции.

При отсутствии воздушной прослойки математическая модель упрощается за счет исключения уравнения (2) и довольно сложных граничных условий конвективно-радиационного теплообмена на поверхностях, ограничивающих прослойку.

При рассмотрении контейнерного способа хранения следует иметь в виду переформулировку математических условий для прослойки на воздушный канал между контейнерами.

Для решения полной математической задачи нами использованы неявные разностные схемы с различными модификациями и организацией быстро сходящихся итерационных процессов. Разработанный метод решения апробирован для расчета тепловлагодобменных процессов в реальных хранилищах различных типов. Проведена экспериментальная проверка полученных результатов [7]. Конечно – разностные методы были дополнены нами конечно – элементным алгоритмом (КЭА), позволяющим проводить расчеты для любых по сложности и “слоености” областей [8]. Условия сопряжения удовлетворяются при этом автоматически.

Для применения в практике проектирования хранилищ и анализа процессов хранения математические модели наиболее целесообразно использовать в виде основной расчетной части программных средств (ПС) для персональных компьютеров.

Разработанное нами [9] ПС «ПОСОХ» представляет собой интегрированную среду и предназначено для специалистов по проектированию и эксплуатации овощекртофелехранилищ.

ПС «ПОСОХ» позволяет на основе полученных значения температур и влажности путем вычислительного эксперимента выбрать теплозащитные характеристики

ограждающих конструкций и параметры инженерного оборудования, обеспечивающие оптимальный микроклимат для всего периода эксплуатации хранилища в зависимости от климатической зоны и вида хранимой продукции.

ПС «ПОСОХ» позволяет просчитать различные нештатные ситуации, возникающие при эксплуатации хранилища. и выбрать те значения параметров инженерного оборудования, которые обеспечат выход из такой ситуации с наименьшими потерями.

В качестве примера рассмотрена задача исследования теплового взаимодействия наружных стен хранилищ с грунтом и продукцией полузаглубленных в грунт хранилищ. Почвенный массив (грунт) рассматривается как сплошная среда, поверхность грунта вне здания расположена выше отметки пола хранилища (рис. 2).

Результаты расчета температурных полей в грунте, стене и продукции на разных глубинах от уровня грунта приведены на рис.3 для зимнего периода эксплуатации хранилищ. Ширина насыпи - 3.0 м, толщина покрытия - 0.5м, длина насыпи - 8.0 - высота насыпи - 5.0 м, высота заглубленной части - 3.0 м, толщина бокового ограждения - 0.5м, расход воздуха в насыпи 20.0 м²/г•ч, температура воздуха на входе в насыпь, 3.0 °С. Температура верхней зоны 4.0 °С, удельная мощность источников тепла в верхней зоне 4.0 Вт/м²

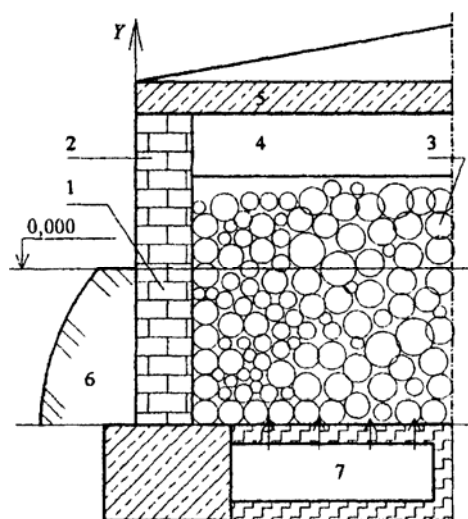


Рис.2. Хранилище с заглублением:
1-заглубленная часть наружной стены;
2-наземная часть наружной стены;
3 — насыпь продукции; 4-верхняя зона; 5-покрытие; 6-грунт;
7-вентиляционные каналы.

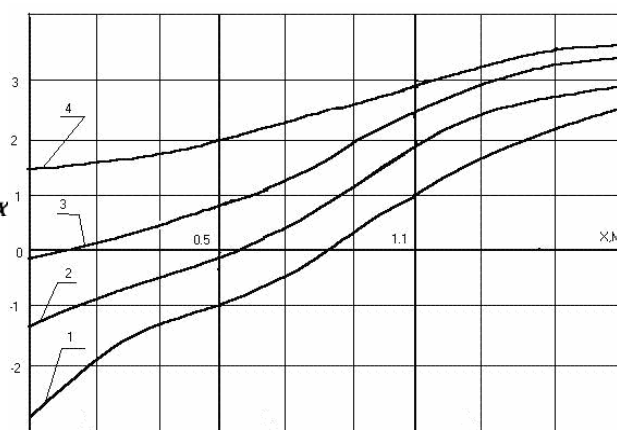


Рис. 3. Расчетные кривые температур вблизи стены. 1,2,3,4 – температуры ниже уровня грунта соответственно на 0,15м, 0,4м, 0,75м и 1м.

На основе полученных результатов при решении задачи для разных типов почвы была определена критическая глубина h в насыпи продукции, начиная с которой необходимо вводить систему тепловой защиты (таблица 1).

Таблица 1 .

Значения критической глубины h в насыпи продукции для разных типов почвы

Тип почвы	h , м
Дерново-подзолистая среднесуглинистая	0,5
Обыкновенный чернозем	0,35
Серозем	0,6
Темно-каштановая	0,4
Дерново-глееватая	0,25

Результаты моделирования достаточно ясно указывают на то, что в заглубленной части хранилища микроклимат соответствует технологическим нормам, а периферийные слои (расположенные рядом с внешним ограждением) в верхней части (незаглубленной) переохлаждены. С помощью программного средства «ПОСОХ» можно путем вычислительного эксперимента выбрать конструктивные и технологические решения, позволяющие устранить порчу продукции в процессе хранения

Обозначения

\hat{a} - эффективный коэффициент температуропроводности, m^2/s ; a_t - коэффициент турбулентной температуропроводности, m^2/s ; b - температурный коэффициент дыхания, $1/K$; c_1 - теплоемкость бокового ограждения с учетом пористости, $J/(kg/K)$; c_a - теплоемкость воздуха, $J/(kg/K)$; c_m - теплоемкость насыпи, $J/(kg/K)$; $d(x,y,\tau)$ - влагосодержание воздуха в насыпи, kg/kg ; D - коэффициент диффузии, m^2/s ; E - переводной коэффициент, Pa ; $f(T_m) = a + bT_m$ - аппроксимация зависимости равновесного влагосодержания воздуха от температуры, kg/kg ; $F(V)$ - аэродинамическое сопротивление; F_m - удельная поверхность насыпи, m^2/m^3 ; $P(x,y,\tau)$ - давление в насыпи, Pa ; q_o - теплота дыхания элементов насыпи, W/kg ; q_e - теплота парообразования, J/kg ; Q - удельная мощность источников теплоты в верхней зоне, W/m^2 ; Re - число Рейнольдса; T_1 - температура бокового ограждения, K ; T_5 - температура воздуха в верхней зоне, K ; $T_s(x,y,\tau)$ - температура окружающей среды, K ; u - скорость воздуха в воздушной прослойке, m/s ; $V = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$; W_x - скорость инфильтрации через боковое ограждение, m/s ; α_{k_1} - коэффициент конвективного теплообмена насыпи с воздухом, $W/(m^2 \cdot K)$; α_{k_2} - коэффициент конвективного теплообмена воздуха с поверхностями насыпи и покрытия, $W/(m^2 \cdot K^4)$; α_l - коэффициент лучистого теплообмена между поверхностями бокового ограждения и отделяющего экрана, $W/(m^2 \cdot K^4)$; α_{l_2} - коэффициент лучистого теплообмена между поверхностями насыпи и покрытия, $W/(m^2 \cdot K^4)$; α_s - коэффициент конвективного теплообмена между внешней поверхностью ограждения и окружающей средой, $W/(m^2 \cdot K^4)$; β - коэффициент влагообмена, $kg/(m^2 \cdot Pa \cdot s)$; β_v - коэффициент объемного расширения, $1/K$; ε - пористость насыпи, доли единицы; ε_m - испарительная способность элементов насыпи, доли единицы; Φ - относительная влажность воздуха в насыпи, %; λ - коэффициент теплопроводности, $W/(m \cdot K)$; ρ_1 - плотность бокового ограждения с учетом пористости, kg/m^3 ; ρ_a - плотность

воздуха, kg/m^3 ; $\rho_m = (1-\varepsilon) \times \rho_p$ - насыпная плотность продукции, kg/m^3 ; ρ_p - физическая плотность продукции, kg/m^3 ;

Литература

- [1] Bajema R. W., Hyde G. M., and Baritelle A. L. Temperature and strain rate effects on the dynamic failure properties of potato tuber tissue// Transactions of the ASAE. 1998.Vol. 41, No. 3.pp. 733 – 740 .
- [2] Tashtoush B. Heat-and-Mass transfer analysis from vegetable and fruit products stored in cold conditions// Heat and Mass Transfer. 2000. Vol. 36. Pp. 217– 221 .
- [3] Kondrashov V.I. Mathematical simulation of the coupled heat and moisture exchange in storehouses of agricultural production// Heat and Mass Transfer. 2000.V.36.pp. 381-385.
- [4] Kondrashov V. I. and Tyukov V. M. Simulation of the heat-and-mass transfer in the mound of stored biological product with centers of spontaneous heating// Heat and Mass Transfer.2006. Vol.43. №2. pp.191-199.
- [5] Аэров М. Э., Годес О. М., Наринский Д. А. Аппараты со стационарным зернистым слоем. Л.: Химия, 1979.
- [6] Жадан В. З. Теплофизические основы хранения сочного растительного сырья на пищевых предприятиях. М.: Пищевая промышленность, 1976.
- [7] Моисеенко А.М., Кондрашов В.И. Математическое моделирование теплового режима насыпи продукции полузаглубленного в грунт хранилища// Вестник РАСХН.2004.№3.с.84-86.
- [8] Кондрашов В. И. Моделирование тепломассопереноса и аэродинамики в насыпи хранящегося сельскохозяйственного сырья// ИФЖ. 2007. т.80. №4 с.186-192.
- [9] Kondrashov V.I., Kondraschov N, Kokin J.A., Tyukov V.M. Computersimulation von Mikroklima in Lagerhallen fur landwirtschaftliche Erzeugnisse// Zeitschrift fur Agrarinformatik. 2003. №2. pp.32-36.