

УДК 541.124/128

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ СУШКИ С ПЕРИОДОМ ПРОГРЕВА

Г. И. Ефремов

*Кафедра процессов и аппаратов химической и нефтехимической промышленности,  
Московский государственный открытый университет, Москва, Россия*

Кинетику сушки и нагрева материалов обычно снимают при постоянных значениях параметров сушильного агента. Сушильный агент не изменяет существенным образом свои параметры, если при достаточном массовом расходе он применяется для обработки относительно тонкого слоя материала. В таком случае можно говорить о постоянстве внешних условий для высушиваемого материала и относить полученные кинетические результаты к средним арифметическим значениям температуры, определяемой по входному и выходному ее значениям. Для большинства экспериментально получаемых кинетических кривых сушки характерным является наличие сравнительно короткого начального периода прогрева материала от температуры окружающей среды до температуры сушильного агента, близкой к температуре мокрого термометра [1]. В течение этого периода влагосодержание материала часто изменяется незначительно. Таким образом, различают отдельно период прогрева материала (выход на постоянную скорость сушки), период постоянной скорости (1-й период) и период падающей скорости сушки (2-й период), а общее время сушки обычно находят суммированием всех трех составляющих.

На Рис. 1 представлена, в качестве типовой кривой сушки с прогревом, кривая 1 и опытные данные [2] для сушки смеси шерстяного и полиэфирного волокна в координатах влагосодержание  $w$  – время  $\tau$ . Здесь хорошо видны период прогрева (примерно до  $\tau = 20$  с), период постоянной скорости (от  $\tau = 20$  с до  $\tau = 50$  с) и период падающей скорости (от  $\tau = 50$  с до времени достижения равновесного состояния  $\tau^* = 190$  с). Здесь же представлена кривая 2 изменения скорости сушки  $N$  от влагосодержания  $w$ . Как видно из Рис. 1, разделение сушки на периоды достаточно условно. Практически имеет место единая кривая кинетики. В связи с этим, представляет интерес описание всех трех участков кривой кинетики сушки одним уравнением, а сушку без периода прогрева представить частным случаем общего уравнения кинетики.

В предыдущих работах [3-6] была описана кинетика сушки материалов в тонком слое, мгновенно прогреваемых, т.е. имеющих только 1-й и 2-й периоды сушки. Для изменения влагосодержания материала в этом случае получено уравнение (1)

$$\frac{w}{w_0} = 1 - \frac{N_0}{w_0} \left[ \tau - \frac{s\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc} E \right]. \quad (1)$$

Также получено и уравнение (2) для скорости сушки  $N$

$$N = N_0 [1 - \exp(-E^2)], \quad (2)$$

где  $s$  - характеристическое время, а  $E = (\tau^* - \tau)/s$  - безразмерное время процесса.

Рассмотрим математическое описание дополнительного периода – периода прогрева материала в начале процесса сушки [7]. В периоде прогрева материал нагревается от

начальной температуры  $\theta_n$  до температуры мокрого термометра  $t_m$ , которая остается постоянной в 1-м периоде сушки.

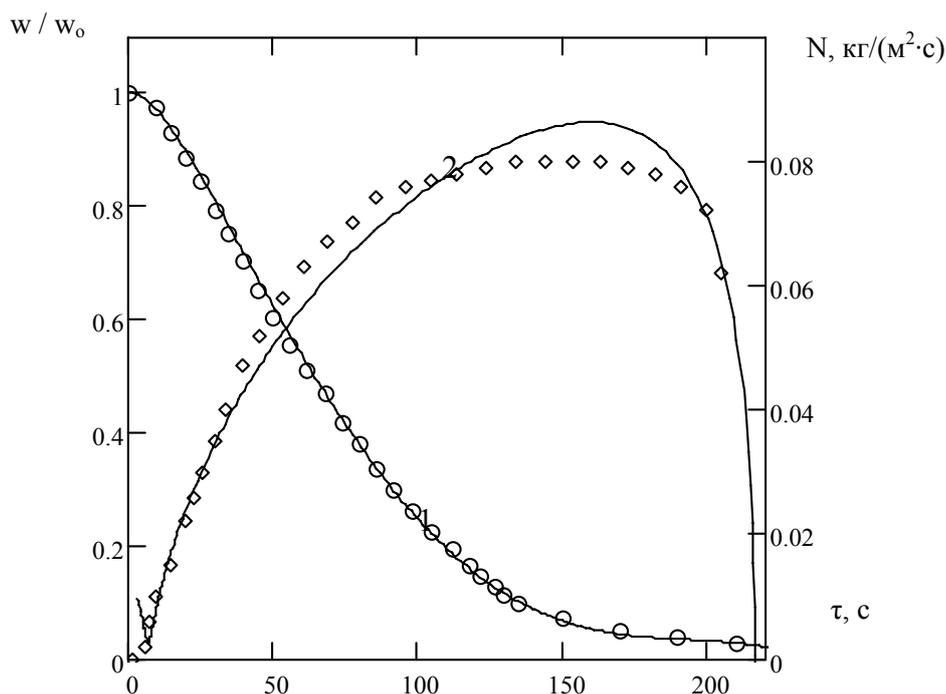


Рис.1 Кривая кинетики (1) и скорости (2) для сушки с прогревом смеси шерстяного и полиэфирного волокна.

Далее в периоде падающей скорости сушки температура материала возрастает до температуры сухого термометра  $t_c$ , что соответствует равновесному влагосодержанию и окончанию процесса сушки. Как было показано, для тонких материалов при прогреве тепловым агентом с относительно низким коэффициентом теплоотдачи сушка в периоде прогрева определяется внешней диффузией. Градиенты температуры очень малы и нагреваемое тело пространственно изотермично [8]. В этом случае температура материала  $\theta$  изменяется только во времени, оставаясь практически одинаковой по толщине материала. Запишем уравнение теплообмена для этого случая

$$\rho \cdot c \cdot V \frac{dt}{d\tau} = -\alpha \cdot F(t_m - \theta), \quad (3)$$

где  $\rho$ ,  $c$ ,  $V$  и  $F$  – соответственно, плотность, теплоемкость, объем и поверхность нагреваемого тела, а  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи от сушильного агента к материалу. Разделяя переменные и интегрируя уравнение (3) от начального до текущего времени  $\tau$  получим

$$\frac{t_m - \theta}{t_m - \theta_n} = \exp(-k \cdot \tau), \quad (4)$$

здесь принят комплекс усредненных параметров (коэффициент прогрева) в виде

$$k = \frac{\alpha \cdot F}{\rho \cdot c \cdot V}, \quad (5)$$

учитывающий в первом приближении изменение температуры, влажности материала на начальной стадии испарения. Размерность этого комплекса обратная единице времени.

Для анализа процесса прогрева материала представляет интерес не разность температур греющего агента и материала, а разность текущей и начальной температуры материала. Тогда из уравнения (5) после простейших преобразований получим

$$\frac{\theta - \theta_n}{t_m - \theta_n} = 1 - \exp(-k \cdot \tau). \quad (6)$$

Уравнение (6) удовлетворяет предельным условиям прогрева. При  $\tau = 0$  температура материала равна начальной  $\theta = \theta_n$  и для уравнения (6) имеем тождество. По окончании прогрева (начало 1-го периода сушки)  $\theta = t_m$  и для этого уравнения так же имеем тождество. Полагая, что подводимое при сушке тепло  $dQ$  идет на испарение влаги ( $r$  - теплота испарения,  $\Delta t$  – движущая сила процесса), на основе уравнения теплоотдачи имеем

$$\alpha \cdot F \cdot \Delta t = r \cdot \frac{dw}{d\tau}. \quad (7)$$

В начале прогрева  $\tau = 0$  температура материала  $\theta = \theta_n$  и начальная скорость сушки при этом

$$N_n = \frac{dw}{d\tau} = \frac{\alpha \cdot F}{r} (\theta - \theta_n) \quad (8)$$

равна нулю, что соответствует данным, приведенным на Рис. 1. По окончании прогрева  $\theta = t_m$  и скорость сушки равна скорости в 1-м периоде

$$N_0 = \frac{dw}{d\tau} = \frac{\alpha \cdot F}{r} (t_m - \theta_n). \quad (9)$$

С учетом уравнений (6), (8) и (9) получим выражение безразмерной скорости сушки  $\Psi$  для периода прогрева

$$\Psi = \frac{N}{N_0} = 1 - \exp(-k \cdot \tau). \quad (10)$$

На Рис. 2 приведены расчетные кривые, построенные по уравнению (10) при трех произвольно выбранных значениях коэффициента прогрева  $k$  (0,5; 1 и 2). Из Рис. 10 следует, что чем меньше  $k$ , тем больше период прогрева материала и наоборот, чем больше  $k$ , тем быстрее наступает период постоянной скорости. При относительно больших значениях  $k$  период постоянной скорости наступает практически мгновенно. В этом случае кривая (см. Рис. 2) вырождается в прямой угол, что соответствует мгновенному прогреву материала, т.е. практически отсутствует период прогрева.

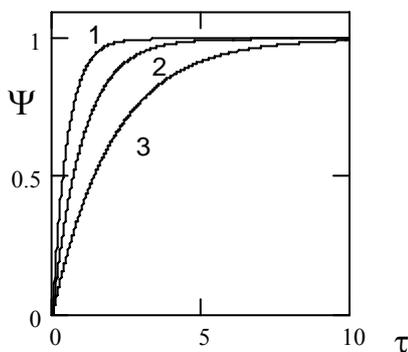


Рис. 2 Кривые безразмерной скорости сушки в периоде прогрева для трех значений параметра  $k$ :  
1-  $k = 2$ , 2-  $k = 1$ , 3-  $k = 0,5$ .

Для получения общего уравнения для всех трех участков кривой кинетики сушки будем искать решение в виде суммы решений (1) – полученного выше для двух периодов сушки и решения для периода прогрева полученного из уравнения (8)

$$w = w_0 - N_0 \tau - \frac{\exp(-k \cdot \tau)}{k} \quad (11)$$

в следующем виде

$$w = C_1 \left( w_0 - N_0 \tau - \frac{\exp(-k \cdot \tau)}{k} \right) + C_2 \left[ w_0 - N_0 \left( \tau - \frac{s\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\tau^* - \tau}{s} \right) \right) \right]. \quad (12)$$

Дифференцируя зависимость для  $w$  по времени, находим уравнение для скорости процесса

$$N = \frac{dw}{d\tau} = C_1 [\exp(-k \cdot \tau) - N_0] - C_2 N_0 \left[ 1 - \exp \left( -\frac{(\tau^* - \tau)^2}{s^2} \right) \right]. \quad (13)$$

Константы интегрирования находим из граничных условий. При  $\tau = 0$  скорость процесса  $N = 0$ , тогда для уравнения (13) имеем

$$C_1(1 - N_0) = C_2 N_0 \left[ 1 + \exp \left( -\frac{\tau^{*2}}{s^2} \right) \right]. \quad (14)$$

При  $\tau = 0$  влагосодержание материала  $w = w_0$ , в этом случае для уравнения (14) имеем

$$w_0 = C_1 \left( w_0 - \frac{1}{k} \right) + C_2 \left[ w_0 + N_0 \frac{s\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\tau^*}{s} \right) \right]. \quad (15)$$

Решая совместно (14) и (15) находим константы интегрирования

$$C_1 = \frac{N_0}{1 - N_0} \cdot \frac{w_0}{w_0 + N_0 \frac{s\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc}(E_0) + \frac{N_0}{1 - N_0} \left( w_0 - \frac{1}{k} \right)}$$

и

$$C_2 = \frac{w_0}{w_0 + N_0 \frac{s\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc}(E_0) + \frac{N_0}{1 - N_0} \left( w_0 - \frac{1}{k} \right)}.$$

Как было ранее [3] показано, при значениях критерия  $E_0 = \tau^*/s > 2,7$  величиной экспоненты в уравнении (14) можно пренебречь. Тогда, с учетом констант интегрирования, для зависимости (12) имеем

$$\frac{w}{w_0} = \frac{\frac{N_0}{1 - N_0} \left[ w_0 - N_0 \tau - \frac{\exp(-k \cdot \tau)}{k} \right] + w_0 - N_0 \left[ \tau - \frac{s\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc} E \right]}{w_0 + N_0 \frac{s\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc} E_0 + \frac{N_0}{1 - N_0} \left( w_0 - \frac{1}{k} \right)}, \quad (16)$$

а для скорости процесса (13) получим

$$\frac{N}{N_0} = \frac{w_0 \cdot \left[ \frac{\exp(-k \cdot \tau) - N_0}{1 - N_0} + \exp(-E^2) - 1 \right]}{w_0 + N_0 \frac{s\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc} E_0 + \frac{N_0}{1 - N_0} \left( w_0 - \frac{1}{k} \right)}. \quad (17)$$

Проведена проверка корректности полученных уравнений при сравнении с опытными данными по сушке различных материалов: волокон, волокнообразующих полимеров, волокнистых, фармацевтических и других материалов [1, 9, 10]. На основе анализа опытных данных найдено, что сушка с периодом прогрева имеет место либо при мало интенсивном энергоподводе, либо при увеличении толщины плоского высушиваемого материала, либо при значительной влажности сушильного агента. Выше на Рис. 1 представлена обработка с помощью полученных уравнений для прогрева опытных данных [2] по кинетике сушки перегретым паром при  $t = 130$  оС в виде расплавленного жгута смеси волокон новозеландской шерсти и полиэфира в массовых частях 80% и 20%, соответственно. Средний диаметр волокон составлял 36,4 мкм. Низкоплавкий полиэстер неподвижно фиксировал шерстяные волокна, что было необходимо для воспроизводимости опытов при сопоставлении данных по сушке волокна в потоке пара. Сушке подвергался вырезаемый образец диаметром 10 см и толщиной 1 см, вес сухого образца составлял около 3,2 г с начальным влагосодержанием 2,05 кг/кг. Шерстяное волокно, имея развитую систему пор, обладает максимальной гигроскопичностью. Расчетная кривая 1 (Рис. 1), построенная по уравнению (16), хорошо согласуется с опытными данными. Сушка перегретым паром происходит достаточно интенсивно, но так как образец имеет сравнительно большую толщину, наблюдается период прогрева волокна. При обработке опытных данных методом НК получены следующие параметры:  $No = 0,022$  кг/(м<sup>2</sup>·с);  $k = 0,08$ ;  $\tau^* = 193$  с;  $s = 119$  с. На том же Рис. 1 представлены и опытные данные [2] по изменению скорости сушки того же волокна в том же режиме. Здесь же приведена расчетная кривая 2 изменения скорости сушки  $N$  от времени, построенная по уравнению (17). Как следует из рисунка, кривая 2 отражает характер изменения скорости, но согласование с опытными точками несколько хуже, чем для кривой влагосодержания. Это объясняется, по-видимому, тем, что при дифференцировании кинетической кривой относительные отклонения расчета получаются значительно больше, чем для влагосодержания.

Хорошее согласование опытных данных по скорости сушки с расчетом получено при обработке данных [10] по комбинированной сушке (конвективная с микроволновой) ряда фармацевтических препаратов (аспирин, парацетамол, лактоза) от органических растворителей (ацетон, метанол, этанол, вода).

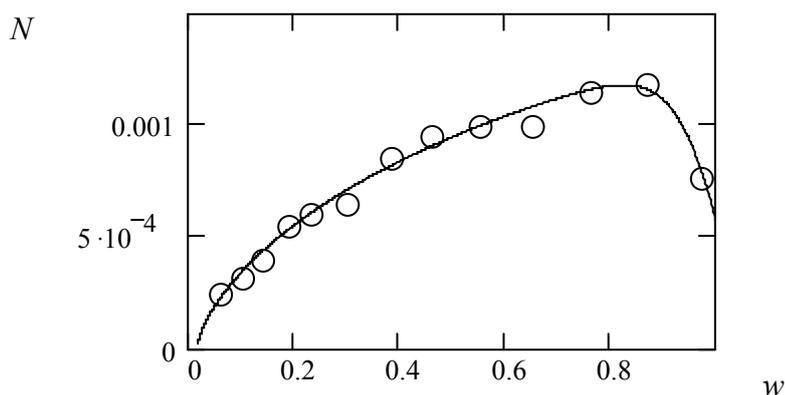


Рис. 3 Зависимость скорости сушки аспирина от содержания этанола.

На Рис. 3, в качестве примера для этих материалов, приведена зависимость скорости сушки порошка аспирина  $N$  от содержания в нем этанола  $w$  ( $k=0,027$ ,  $No=0,022$  кг/(м<sup>2</sup>·с),  $s=1500$  с и  $\tau^*=1770$  с). Как следует из Рис. 3, кинетическая кривая на хорошо описывает экспериментальные значения скорости сушки аспирина.

## Литература

- [1] Ефремов Г.И. Кинетика сушки волокнистых материалов и волокнообразующих полимеров с периодом прогрева. Химические волокна. 2003, № 1, с. 36-41.
- [2] Schwartze J.P. et al. Experimental investigation of the through-drying of fibrous mats with superheated steam. Drying '98, ZITI Editions, Greece, Thessaloniki, 1998, V. B, pp.1637-1644.
- [3] Ефремов Г.И. Обобщенные зависимости для первого и второго периодов сушки материала в тонком слое. Теплообмен МИФ-2000, Минск, 2000, т.9, с. 129-135.
- [4] Efremov G.I. Generalized kinetics for external drying task. Proceeding of IDS-2002, Beijing, China, 2002. V. A, pp.563-570.
- [5] Ефремов Г.И. Макрокинетика процессов переноса. Москва, 2001, изд. МГТУ, 289 с.
- [6] Ефремов Г.И. Обобщенная кинетика сушки волокнистых материалов. Химические волокна, 2000, № 6, с. 36-41.
- [7] Ефремов Г.И. Кинетика нестационарного конвективного теплообмена. Промышленная теплотехника. 2003, № 4, с. 312-314.
- [8] Эккерт Э.Р., Дрейк Р.М. Теория тепло- и массообмена. М-Л.: Госэнергоиздат. 1961. 680 с.
- [9] Efremov G. Kinetics of combined microwave & convective drying of pharmaceuticals. Proc. International Meeting on Pharmaceutics, Biopharmaceutics and Pharmaceutical Technology, Nuremberg, 15 - 18 March 2004, p. 307-308.
- [10] McLoughlin, C.M., McMinn, W.A.M. & Magee, T.R.A. Combined microwave & convective drying of pharmaceuticals. Proceedings of the 13th International Drying Symposium (IDS' 2002) Beijing, China, 27-30 August' 2002, V. C, pp. 1472 -1480.

## Аннотация

Рассмотрены периоды прогрева материала (выход на постоянную скорость сушки), постоянной скорости (1-й период сушки) и падающей скорости. В дополнение к ранее описанной кинетике сушки материалов, мгновенно прогреваемых, т.е. имеющих только 1-й и 2-й периоды сушки, разработана математическая модель периода прогрева материала, постулируя, что нагреваемое тело пространственно изотермично. Введен комплекс усредненных параметров материала (коэффициент прогрева). Построены расчетные кривые при различных значениях коэффициента прогрева. Найдены константы интегрирования общего уравнения кинетики для всех трех участков кривой сушки. Получены также уравнения для скорости и ускорения процесса сушки. Найденные зависимости проверены при сравнении с опытными данными по сушке различных материалов: волокон, волокнообразующих полимеров, волокнистых, фармацевтических и других.

Ил. 4, Библ. – 10 назв.