

УДК 536.24.001.57:621.039.517.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА В ПОТОКЕ МНОГОФАЗНОГО ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ, ОХЛАЖДАЮЩЕГО БОЛЬШОЙ ГИДРАВЛИЧЕСКИ ТЕСНЫЙ ПУЧОК ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ СТЕРЖНЕЙ

О.В. Семенович

ОИЭЯИ-Сосны НАН Беларуси, Минск, Беларусь

Одна из важнейших научно-технических проблем ядерной энергетики – обеспечение надежной и безопасной эксплуатации атомных электростанций (АЭС). Среди исследований, которые необходимо проводить с этой целью, ключевая роль отводится вопросам теплообмена и гидродинамики в оборудовании ядерных энергетических установок (ЯЭУ). Это, в свою очередь, делает актуальным решение широкого класса задач по теплофизическому обоснованию работоспособности активных зон (АЗ) ядерных реакторов в номинальных и ненормальных условиях работы. В современных энергетических ядерных реакторах в качестве основного используется вариант кассетной АЗ. Как следствие, важное научное и практическое значение имеют исследование процессов гидродинамики и тепломассообмена в ТВС и создание методик теплогидравлического расчета с учетом конструктивных и режимных факторов, влияющих на работу сборок. Наиболее распространенным типом ТВС является стержневая тепловыделяющая сборка, представляющая собой размещенный в чехле пучок тепловыделяющих элементов (ТВЭЛов), имеющих форму тонких цилиндрических стержней (рис.1). Процессы термогидродинамики в пучках ТВЭЛов характеризуются рядом особенностей,

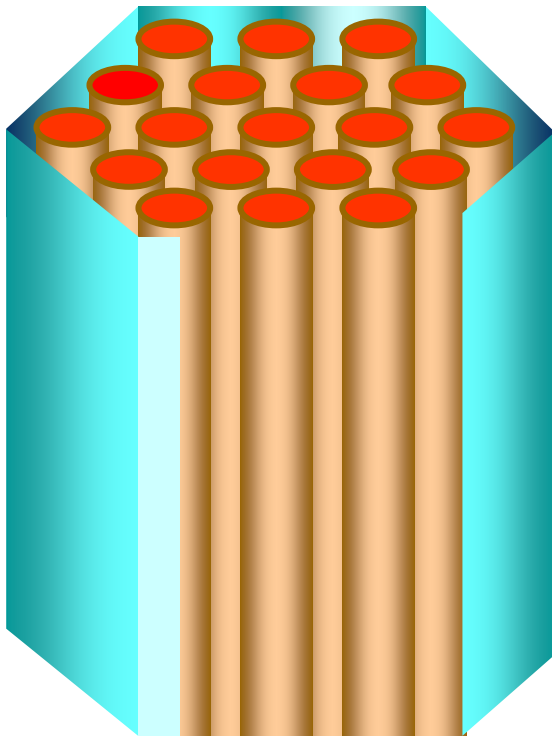


Рис. 1. Фрагмент сборки из 19 стержней.

обусловленных спецификой геометрии и композиции решеток ТВЭЛов, что необходимо учитывать при расчете и проектировании активных зон реакторов. Одним из важнейших факторов формирования полей скорости и температуры в стержневых ТВС является обмен массой, импульсом и энергией между различными подобластями поперечного сечения сборки (так называемое межканальное перемешивание или, по терминологии некоторых авторов, межканальный обмен). Среди причин, вызывающих межканальное перемешивание, можно, в частности, отметить неравномерность профиля энерговыделения, влияние дистанционирующих ТВЭЛов конструктивных элементов, гидравлическую неэквивалентность различных подобластей проходного сечения сборки, турбулентный обмен. Межканальное перемешивание приводит к значительному выравниванию полей скорости и температуры в поперечном сечении сборки и в конечном итоге к снижению максимальных температур и температурных неравномерно-

сти температурных неравномерностей.

стей элементов конструкции ТВС (в первую очередь – твэлов), т.е. существенно влияет на те факторы, которые в значительной мере определяют работоспособность элементов конструкции твэльной сборки и активной зоны реактора в целом. Натурные эксперименты, выполняемые с целью исследования процессов термогидродинамики в ТВС, весьма сложны, трудоемки и дорогостоящи. Кроме того, проведение подобного рода экспериментов на полномасштабных моделяхборок порой просто невозможно. Разумно проводить, как это и делается, натурные эксперименты с целью проверки результатов численных исследований и верификации компьютерных кодов, используемых для расчетного анализа процессов гидродинамики и теплообмена в пучках твэлов.

В термогидродинамических расчетах пучков твэлов выделяют два направления: расчеты, учитывающие локальную структуру полей скорости и температуры в ТВС; расчеты усредненных по некоторым элементарным областям (локально-усредненных) параметров потока теплоносителя. Расчеты локально-усредненных параметров выполняют, используя один из следующих подходов к моделированию процессов гидродинамики и теплообмена: приближение пористого тела; субканальное приближение. Методы, основанные на субканальном приближении, нашли более широкое применение. Идея сводится к следующему: омываемое теплоносителем межстержневое пространство сборки, представляющее собой многосвязную область, рассматривается как совокупность взаимосвязанных субканалов [1–3] (рис. 2). Такой подход вполне корректен, если 1) ограничиваться расчетом параметров потока, усредненных по поперечному сечению субканала (элементарной ячейки) (рис. 3); 2) перетечки теплоносителя через зазоры между рассматриваемым субканалом и смежными с ним много меньше расхода

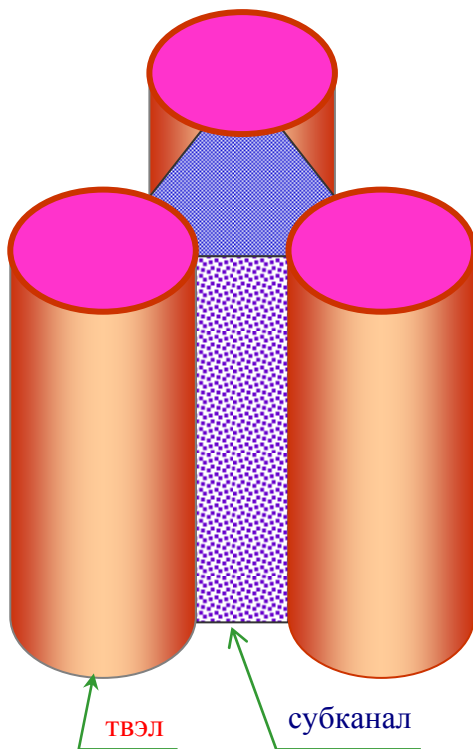


Рис. 2. Фрагмент из участков трех твэлов, расположенных в гексагональной упаковке, и заключенного между ними субканала.

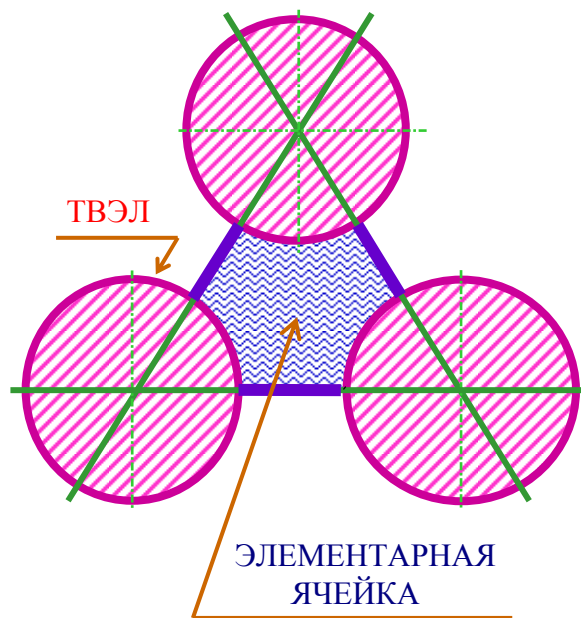


Рис. 3. К определению термина "элементарная ячейка".

теплоносителя через поперечное сечение субканала. Первое обстоятельство требует

предположить неизменность в пределах поперечного сечения субканала всех параметров потока, в том числе и давления (погранслоное приближение). Второе условие, с учетом сделанного выше предположения о неизменности плотности теплоносителя в пределах элементарной ячейки, справедливо лишь, если аксиальная составляющая скорости потока существенно превосходит поперечные. Это позволяет, в свою очередь, провести разделение переменных в уравнении движения и рассматривать отдельно уравнения баланса аксиальной и поперечных составляющих импульса. Как следствие, существенно упрощается решение задачи, однако приходится использовать различные контрольные объемы для аксиальной и поперечных составляющих импульса (рис.4). При выборе способа дискретизации межстержневого пространства пучка на субканалы руководствоваться следующими соображениями [4]: 1) взаимодействие через границы между субканалами должно быть минимальным; 2) должна быть возможной разумная аппроксимация функций, описывающих характеристики теплоносителя внутри субканала. Добиться этого можно, если в качестве субканалов выбирать подобласти совпадающие в плане с элементарными ячейками. В зависимости от местоположения можно выделить три группы элементарных ячеек: центральные, боковые и угловые (рис. 5).

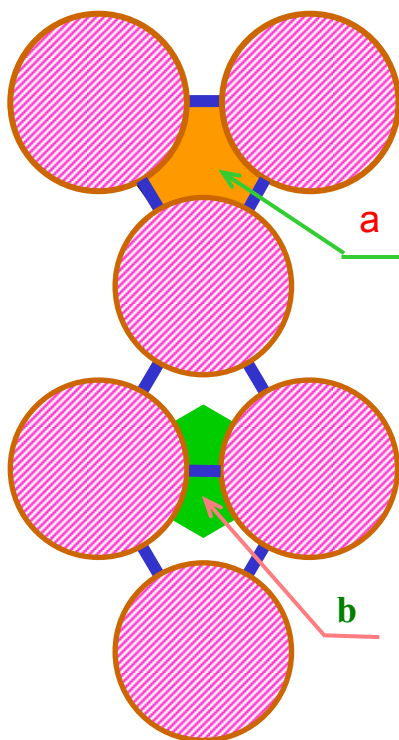


Рис. 4а. Поперечные сечения контрольных объемов, используемых при решении субканальных уравнений баланса массы, энергии и аксиальной составляющей импульса (а) и поперечных составляющих

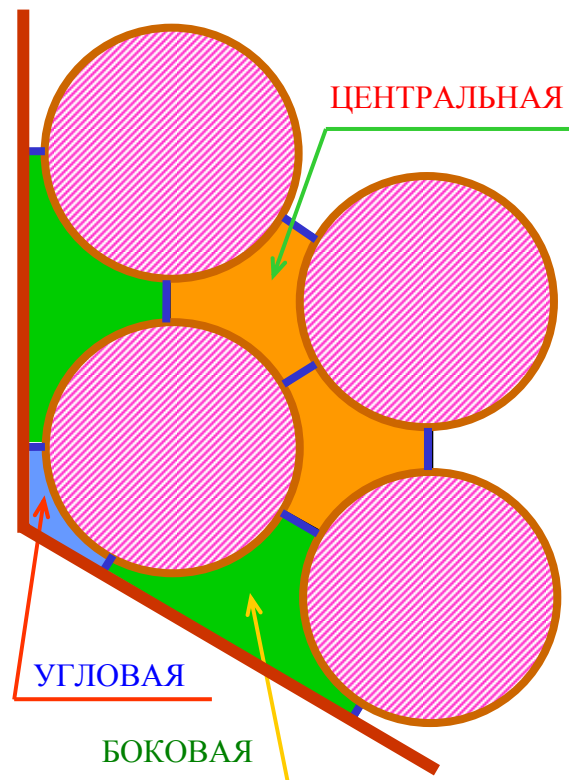


Рис. 4б. Центральная, боковая и угловая элементарные ячейки.

Количество реализующих субканальные модели компьютерных кодов (которые принято так же называть субканальными) достаточно велико, что объясняется многообразием решаемых задач. Среди публикаций, в которых сделаны классификация и анализ субканальных кодов, можно назвать выполненные в различное время работы [1,

2, 5, 6]. Наиболее полный анализ сделан автором [6].

В работе рассматривается субканальная трехжидкостная трехполевая математическая модель, пригодная для описания процессов термогидродинамики в стержневых тепловыделяющих сборках (ТВС) водоохлаждаемых реакторов во всем диапазоне режимов работы, включая аварийные ситуации. Стержневые ТВС представляют собой большие гидравлически тесные пучки тонких цилиндрических тепловыделяющих стержней. Здесь приведены уравнения модели. Нижний индекс, указывающий фазу, в данном случае означает: v – пар, l – сплошная жидкость, e – капли жидкости.

$$\left[(S\alpha_v \bar{\rho}_v)_{,t} \right]_i + \left[(S\alpha_v \bar{\rho}_v \tilde{v}_v^z)_{,z} \right]_i = - \sum_{j=1}^N W_{vij} + \Sigma_{vi} S_i, \quad (1)$$

$$\left[(S\alpha_l \bar{\rho}_l)_{,t} \right]_i + \left[(S\alpha_l \bar{\rho}_l \tilde{v}_l^z)_{,z} \right]_i = - \sum_{j=1}^N W_{lij} - (1 - \eta_i) \Sigma_{vi} S_i - E_i S_i, \quad (2)$$

$$\left[(S\alpha_e \bar{\rho}_e)_{,t} \right]_i + \left[(S\alpha_e \bar{\rho}_e \tilde{v}_e^z)_{,z} \right]_i = - \sum_{j=1}^N W_{eij} - \Sigma_{vi} S_i + E_i S_i, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & (S\alpha_v \bar{\rho}_v \tilde{v}_{v,t}^z) + (S\alpha_v \bar{\rho}_v \tilde{v}_v^z \tilde{v}_{v,z}^z) = \\ & = - (\alpha_v S \bar{P}_{v,z})_i - \sum_{j=1}^N (\tilde{v}_{vij}^z - \tilde{v}_{vi}^z) W_{vij} - (S\alpha_v \bar{\rho}_v g)_i - [S(F_{vl}^z + F_{ve}^z)]_i + \\ & + (\alpha_v F_{wv}^z C_w)_i + \frac{\alpha_{vi}}{4} \sum_{j=1}^N (d_{Hi} + d_{Hj})^2 \left[(\tilde{v}_{vij,x}^z)^2 + (\tilde{v}_{vij,z}^x)^2 \right]^{1/2} \langle \bar{\rho}_v \tilde{v}_v^z \rangle_{ij}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & (S\alpha_l \bar{\rho}_l \tilde{v}_{l,t}^z) + (S\alpha_l \bar{\rho}_l \tilde{v}_l^z \tilde{v}_{l,z}^z) = \\ & = - (\alpha_l S \bar{P}_{l,z})_i - \sum_{j=1}^N (\tilde{v}_{lij}^z - \tilde{v}_{li}^z) W_{vij} - (S\alpha_l \bar{\rho}_l g)_i + (S F_{vl}^z)_i + \\ & + (\alpha_v F_{wl}^z C_l)_i + \frac{\alpha_{li}}{4} \sum_{j=1}^N (d_{Hi} + d_{Hj})^2 \left[(\tilde{v}_{lij,x}^z)^2 + (\tilde{v}_{lij,z}^x)^2 \right]^{1/2} \langle \bar{\rho}_l \tilde{v}_l^z \rangle_{ij}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & (S\alpha_e \bar{\rho}_e \tilde{v}_{e,t}^z) + (S\alpha_e \bar{\rho}_e \tilde{v}_e^z \tilde{v}_{e,z}^z) = \\ & = - (\alpha_e S \bar{P}_{e,z})_i - \sum_{j=1}^N (\tilde{v}_{eij}^z - \tilde{v}_{ei}^z) W_{eij} - (S\alpha_e \bar{\rho}_e g)_i + (S F_{ve}^z)_i + (\alpha_v F_{we}^z C_w)_i, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & (S\alpha_v \bar{\rho}_v \tilde{t}_{v,t}) + (S\alpha_v \bar{\rho}_v \tilde{v}_v^z \tilde{t}_{v,z}) = \\ & = - \sum_{j=1}^N W_{vij} (\tilde{t}_{vij} - \tilde{t}_{vi}) - \left(\frac{v_v}{Pr_v} + \frac{l_m^2}{Pr_{Tv}} \left[(\tilde{v}_{v,x}^z)^2 + (\tilde{v}_{v,z}^x)^2 \right]^{1/2} \right)_{ij} \frac{\bar{\rho}_{vi} \tilde{t}_{vi} - \bar{\rho}_{vj} \tilde{t}_{vj}}{L_{ij}} + \\ & + (\alpha_v q_{Lw})_i + \left[(S\alpha_v \bar{P}_v)_{,t} \right]_i + [S(Q_{Ive} + Q_{Ivl})]_i, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & (S\alpha_l \bar{\rho}_l \tilde{t}_{l,t}) + (S\alpha_l \bar{\rho}_l \tilde{v}_l^z \tilde{t}_{l,z}) = \\ & = - \sum_{j=1}^N W_{lij} (\tilde{t}_{lij} - \tilde{t}_{li}) - \left(\frac{v_l}{Pr_l} + \frac{l_m^2}{Pr_{Tl}} \left[(\tilde{v}_{l,x}^z)^2 + (\tilde{v}_{l,z}^x)^2 \right]^{1/2} \right)_{ij} \frac{\bar{\rho}_{li} \tilde{t}_{li} - \bar{\rho}_{lj} \tilde{t}_{lj}}{L_{ij}} + \\ & + (\alpha_l q_{Lw})_i + \left[(S\alpha_l \bar{P}_l)_{,t} \right]_i + [S(Q_{lle} - Q_{lvl})]_i, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \left(S \alpha_e \bar{\rho}_e \tilde{t}_{e,t} \right)_i + \left(S \alpha_e \bar{\rho}_e \tilde{v}_e^z \tilde{t}_{e,z} \right)_i = - \sum_{j=1}^N W_{eij} (\tilde{t}_{eij} - \tilde{t}_{ei}) - \\ & - \frac{v_e}{Pr_e} \frac{\bar{\rho}_{ei} \tilde{t}_{ei} - \bar{\rho}_{ej} \tilde{t}_{ej}}{L_{ij}} + (\alpha_e q_{Lw})_i + \left[(S \alpha_e \bar{P}_e)_{,t} \right]_i - [s(Q_{lev} + Q_{lel})]_i, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & W_{vij,t} + \left(W_{vij} \tilde{v}_{vij}^z \right)_{,z} + \left(W_{vij} \tilde{v}_{vij}^x \right)_{,x} = \\ & = - C_{ij} \alpha_{vij} \frac{\bar{P}_{vi} - \bar{P}_{vj}}{L_{ij}} + \alpha_{vij} F_{wvij}^x - C_{ij} (F_{vlij}^x + F_{veij}^x) + C_{ij} \Sigma_{vij} \tilde{v}_{vij}^x, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & W_{lij,t} + \left(W_{lij} \tilde{v}_{lij}^z \right)_{,z} + \left(W_{lij} \tilde{v}_{lij}^x \right)_{,x} = \\ & = - C_{ij} \alpha_{lij} \frac{\bar{P}_{li} - \bar{P}_{lj}}{L_{ij}} + \alpha_{lij} F_{wlij}^x + C_{ij} F_{vlij}^x - C_{ij} (1 - \eta_{ij}) \Sigma_{vij} \tilde{v}_{lij}^x - C_{ij} E_{ij} \tilde{v}_{lij}^x, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & W_{eij,t} + \left(W_{eij} \tilde{v}_{eij}^z \right)_{,z} + \left(W_{eij} \tilde{v}_{eij}^x \right)_{,x} = \\ & = - C_{ij} \alpha_{eij} \frac{\bar{P}_{ei} - \bar{P}_{ej}}{L_{ij}} + \alpha_{eij} F_{weij}^x + C_{ij} F_{veij}^x - C_{ij} \eta_{ij} \Sigma_{vij} \tilde{v}_{eij}^x + C_{ij} E_{ij} \tilde{v}_{eij}^x. \end{aligned} \quad (12)$$

Использованы следующие обозначения: S – площадь проходного сечения субканала, m^2 ; α_p – объемное содержание p -фазы; $\bar{\rho}_p$ – плотность (средняя) p -фазы, kg/m^3 ; \tilde{v}_p^β – скорость (среднемассовая) p -фазы, m/s ; $W_{p_{ij}}$ – линейный (отнесенный к единице длины) расход p -фазы теплоносителя через межстержневой зазор из субканала i в смежный с ним субканал j ; \bar{P}_p – давление в p -фазе, Pa ; g – ускорение гравитационной силы, m/c^2 ; C_{ij} – межстержневой зазор между рассматриваемым субканалом i и смежным с ним субканалом j , m ; \tilde{t}_p – удельная энтальпия (среднемассовая) p -фазы, $Dж/kg$; Σ_v – объемная мощность генерации пара, $kg/(m^3 \cdot c)$; E – объемная мощность уноса жидкости, $kg/(m^3 \cdot c)$; η – доля полной генерации пара, приходящаяся на унесенную жидкость; d_H – эквивалентный гидравлический диаметр субканала, m ; F_{wp}^β – отнесенная к единице поверхности силу трения p -фазы о стенки стержней, H/m^2 ; q_{Lw} – линейный тепловой поток с поверхности твэла, $Вт/м$; l_m – длина смешения, m ; Pr – число Прандтля; Pr_T – турбулентное число Прандтля; Q_{fp} – кондукционный отнесенный к единице длины тепловой поток на межфазной поверхности, $Вт/м^3$; z – аксиальная координата; x – поперечная координата; $Y_{,x}$ – частная производная функции Y по аргументу x .

Рассмотрим методику численной реализации предложенной субканальной математической модели. Применяется полуявная численная схема, сходная с предложенной Лайлизом (Liles) и Ридом (Reed) в работе [7]. Суть этой схемы такова (рис. 5а): все переменные, которые присутствуют в источниковых членах и членах,

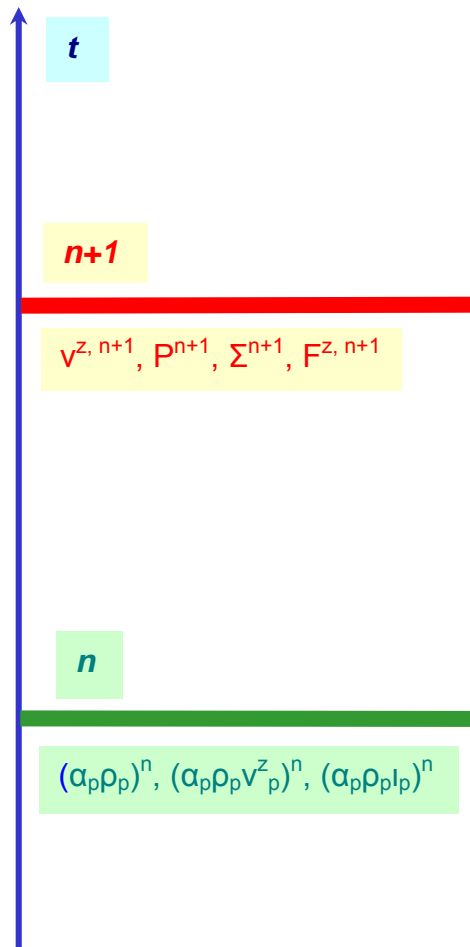


Рис. 5а. Фрагмент временной сетки.

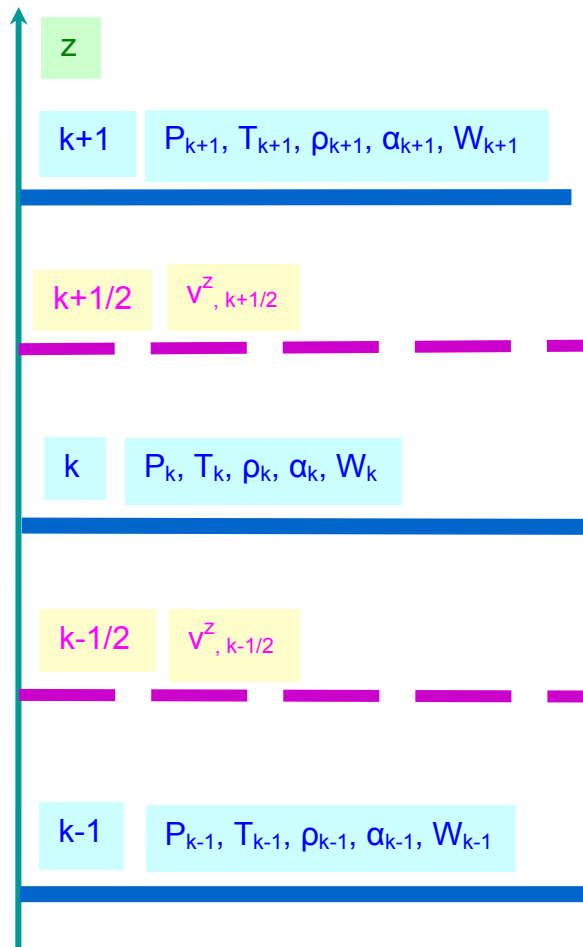


Рис. 5б. Фрагмент пространственной сетки.

описывающих взаимодействие на межфазных границах и поверхностях твердых стенок, оцениваются значениями, присущими новому ((n + 1)-у) моменту. Таким образом, они рассматриваются в неявной трактовке. Также трактуются фазовые скорости, входящие в конвективные члены массы и энергии, и давления, присутствующие во всех членах дифференцируемых уравнений. Напротив, члены конвективных потоков массы, импульса, энергии оцениваются на n-м шаге по времени, т.е. в явной форме. Для дискретизации по пространственной (аксиальной) переменной используется "шахматная сетка" (рис. 5б). Дискретные уравнения неразрывности имеют вид:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \left[(\alpha_v \bar{\rho}_v)_{i,k}^{n+1} - (\alpha_v \bar{\rho}_v)_{i,k}^n \right] S_{i,k} + \\
 & + \frac{1}{\Delta z} \left[(\alpha_v \bar{\rho}_v)_{i,k}^n (S \tilde{v}_v^{z,n+1})_{i,k+1/2} - (\alpha_v \bar{\rho}_v)_{i,k}^n (S \tilde{v}_v^{z,n+1})_{i,k-1/2} \right] = \\
 & = - \sum_{j=1}^N W_{vij,k}^n + \left[(\Sigma_v^{n+1}) S \right]_{i,k} ; \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \left[(\alpha_l \bar{\rho}_l)_{i,k}^{n+1} - (\alpha_l \bar{\rho}_l)_{i,k}^n \right] S_{i,k} + \\
 & + \frac{1}{\Delta z} \left[(\alpha_l \bar{\rho}_l)_{i,k}^n \left(S \tilde{v}_l^{z,n+1} \right)_{i,k+1/2} - (\alpha_l \bar{\rho}_l)_{i,k}^n \left(S \tilde{v}_l^{z,n+1} \right)_{i,k-1/2} \right] = \\
 & = - \sum_{j=1}^N W_{lij,k}^n - \left[(1 - \eta^{n+1}) \Sigma_v^{n+1} S \right]_{i,k} - (E^{n+1} S)_{i,k} \quad ;
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \left[(\alpha_e \bar{\rho}_e)_{i,k}^{n+1} - (\alpha_e \bar{\rho}_e)_{i,k}^n \right] S_{i,k} + \\
 & + \frac{1}{\Delta z} \left[(\alpha_e \bar{\rho}_e)_{i,k}^n \left(S \tilde{v}_e^{z,n+1} \right)_{i,k+1/2} - (\alpha_e \bar{\rho}_e)_{i,k}^n \left(S \tilde{v}_e^{z,n+1} \right)_{i,k-1/2} \right] = \\
 & = - \sum_{j=1}^N W_{eij,k}^n - \left(\Sigma_v^{n+1} S \right)_{i,k} - (E^{n+1} S)_{i,k} \quad .
 \end{aligned} \tag{15}$$

Дискретные уравнения баланса продольной составляющей импульса:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \left[(\alpha_v \bar{\rho}_v)_{i,k}^{n+1} \tilde{v}_{v,i,k+1/2}^{z,n+1} - (\alpha_v \bar{\rho}_v)_{i,k}^n \tilde{v}_{v,i,k+1/2}^{z,n} \right] S_{i,k} + \\
 & + \frac{1}{\Delta z} \left[S_{i,k} (\alpha_v \bar{\rho}_v)_{i,k}^n \tilde{v}_{v,i,k+1/2}^{z,n} \tilde{v}_{v,i,k+1/2}^{z,n+1} - S_{i,k} (\alpha_v \bar{\rho}_v)_{i,k}^n \tilde{v}_{v,i,k-1/2}^{z,n} \tilde{v}_{v,i,k-1/2}^{z,n+1} \right] = \\
 & = - \frac{S_{i,k}}{\Delta z} \left[(\alpha_v^n \bar{P}_v^{n+1})_{i,k+1} - (\alpha_v^n \bar{P}_v^{n+1})_{i,k} \right] - S_{i,k} (\alpha_v \bar{\rho}_v)_{i,k}^n g +
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\alpha_{vi,k}^n}{4} \times \sum_{j=1}^N (d_{Hi,k} + d_{Hj,k})^2 \left[\left(\frac{\partial \tilde{v}_{vij,k+1/2}^{z,n+1}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}_{vij,k+1/2}^{x,n+1}}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \langle \bar{\rho}_v \tilde{v}_v^z \rangle_{ij,k}^n - \\
 & - \sum_{j=1}^N (\tilde{v}_{vij,k+1/2}^{z,n+1} - \tilde{v}_{vij,k+1/2}^{z,n}) W_{vij,k}^n - S_{i,k} (F_{vl}^z + F_{ve}^z)_{i,k}^{n+1} + C_{wi,k} \alpha_{vi,k}^n F_{wvi,k}^{z,n+1} \quad ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \left[(\alpha_l \bar{\rho}_l)_{i,k}^{n+1} \tilde{v}_{l,i,k+1/2}^{z,n+1} - (\alpha_l \bar{\rho}_l)_{i,k}^n \tilde{v}_{l,i,k+1/2}^{z,n} \right] S_{i,k} + \\
 & + \frac{1}{\Delta z} \left[S_{i,k} (\alpha_l \bar{\rho}_l)_{i,k}^n \tilde{v}_{l,i,k+1/2}^{z,n} \tilde{v}_{l,i,k+1/2}^{z,n+1} - S_{i,k} (\alpha_l \bar{\rho}_l)_{i,k}^n \tilde{v}_{l,i,k-1/2}^{z,n} \tilde{v}_{l,i,k-1/2}^{z,n+1} \right] = \\
 & = - \frac{S_{i,k}}{\Delta z} \left[(\alpha_l^n \bar{P}_l^{n+1})_{i,k+1} - (\alpha_l^n \bar{P}_l^{n+1})_{i,k} \right] - S_{i,k} (\alpha_l \bar{\rho}_l)_{i,k}^n g +
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\alpha_{li,k}^n}{4} \times \sum_{j=1}^N (d_{Hi,k} + d_{Hj,k})^2 \left[\left(\frac{\partial \tilde{v}_{lij,k+1/2}^{z,n+1}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}_{lij,k+1/2}^{x,n+1}}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \langle \bar{\rho}_l \tilde{v}_l^z \rangle_{ij,k}^n - \\
 & - \sum_{j=1}^N (\tilde{v}_{lij,k+1/2}^{z,n+1} - \tilde{v}_{lij,k+1/2}^{z,n}) W_{vij,k}^n - S_{i,k} F_{vli,k}^{z,n+1} + \alpha_{li,k}^n C_{wi,k} F_{wli,k}^{z,n+1} \quad ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \left[(\alpha_e \bar{\rho}_e)_{i,k}^{n+1} \tilde{v}_{e,i,k+1/2}^{z,n+1} - (\alpha_e \bar{\rho}_e)_{i,k}^n \tilde{v}_{e,i,k+1/2}^{z,n} \right] S_{i,k} + \\
 & + \frac{1}{\Delta z} \left[S_{i,k} (\alpha_e \bar{\rho}_e)_{i,k}^n \tilde{v}_{e,i,k+1/2}^{z,n} \tilde{v}_{e,i,k+1/2}^{z,n+1} - S_{i,k} (\alpha_e \bar{\rho}_e)_{i,k}^n \tilde{v}_{e,i,k-1/2}^{z,n} \tilde{v}_{e,i,k-1/2}^{z,n+1} \right] = \\
 & = - \frac{S_{i,k}}{\Delta z} \left[(\alpha_e^n \bar{P}_e^{n+1})_{i,k+1} - (\alpha_e^n \bar{P}_e^{n+1})_{i,k} \right] - S_{i,k} (\alpha_e \bar{\rho}_e)_{i,k}^n g - \\
 & - \sum_{j=1}^N (\tilde{v}_{eij,k+1/2}^{z,n+1} - \tilde{v}_{eij,k+1/2}^{z,n}) W_{eij,k}^n - S_{i,k} F_{vei,k}^{z,n+1} + \alpha_{ei,k}^n C_{wi,k} F_{wei,k}^{z,n+1} \quad .
 \end{aligned} \tag{18}$$

Дискретные уравнения баланса энергии:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \left[(\alpha_v \bar{\rho}_v \tilde{t}_v)_{i,k}^{n+1} - (\alpha_v \bar{\rho}_v \tilde{t}_v)_{i,k}^n \right] S_{i,k} + \\
 & + \frac{1}{\Delta z} \left[S_{i,k} (\alpha_v \bar{\rho}_v \tilde{t}_v)_{i,k}^n \tilde{v}_{v,i,k+1/2}^{z,n+1} - S_{i,k} (\alpha_v \bar{\rho}_v \tilde{t}_v)_{i,k}^n \tilde{v}_{v,i,k-1/2}^{z,n+1} \right] = \\
 & = - \frac{S_{i,k}}{\Delta t} \left[(\alpha_v \bar{P}_v)_{i,k}^{n+1} - (\alpha_v \bar{P}_v)_{i,k}^n \right] + (\alpha_v q_{Lw})_{i,k}^{n+1} - \\
 & - \sum_{j=1}^N \left\{ \left[\left(\frac{v_v}{Pr_v} \right)_k^n + \frac{(d_{Hi,k} + d_{Hj,k})^2}{4(Pr_{Tv})_k^n} \left[\left(\frac{\partial \tilde{v}_{vij,k+1/2}^{z,n+1}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}_{vij,k+1/2}^{x,n+1}}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \right] \right\}_{ij} \times \\
 & \times \frac{(\bar{\rho}_{vi} \tilde{t}_{vi} - \bar{\rho}_{vj} \tilde{t}_{vj})_k^n}{L_{ij,k}} \left\} - \sum_{j=1}^N (\tilde{t}_{vij,k}^n - \tilde{t}_{vi,k}^n) W_{vij,k}^n - S_{i,k} (Q_{Ive} + Q_{Ivl})_{i,k}^{n+1} ,
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \left[(\alpha_l \bar{\rho}_l \tilde{t}_l)_{i,k}^{n+1} - (\alpha_l \bar{\rho}_l \tilde{t}_l)_{i,k}^n \right] S_{i,k} + \\
 & + \frac{1}{\Delta z} \left[S_{i,k} (\alpha_l \bar{\rho}_l \tilde{t}_l)_{i,k}^n \tilde{v}_{l,i,k+1/2}^{z,n+1} - S_{i,k} (\alpha_l \bar{\rho}_l \tilde{t}_l)_{i,k}^n \tilde{v}_{l,i,k-1/2}^{z,n+1} \right] = \\
 & = - \frac{S_{i,k}}{\Delta t} \left[(\alpha_l \bar{P}_l)_{i,k}^{n+1} - (\alpha_l \bar{P}_l)_{i,k}^n \right] + (\alpha_l q_{Lw})_{i,k}^{n+1} - \\
 & - \sum_{j=1}^N \left\{ \left[\left(\frac{v_l}{Pr_l} \right)_k^n + \frac{(d_{Hi,k} + d_{Hj,k})^2}{4(Pr_{Tl})_k^n} \left[\left(\frac{\partial \tilde{v}_{lij,k+1/2}^{z,n+1}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}_{lij,k+1/2}^{x,n+1}}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \right] \right\}_{ij} \times \\
 & \times \frac{(\bar{\rho}_{li} \tilde{t}_{li} - \bar{\rho}_{lj} \tilde{t}_{lj})_k^n}{L_{ij,k}} \left\} - \sum_{j=1}^N (\tilde{t}_{lij,k}^n - \tilde{t}_{li,k}^n) W_{lij,k}^n + S_{i,k} (Q_{Ile} - Q_{Ivl})_{i,k}^{n+1} ,
 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \left[(\alpha_e \bar{\rho}_e \tilde{t}_e)_{i,k}^{n+1} - (\alpha_e \bar{\rho}_e \tilde{t}_e)_{i,k}^n \right] S_{i,k} + \\
 & + \frac{1}{\Delta z} \left[S_{i,k} (\alpha_e \bar{\rho}_e \tilde{t}_e)_{i,k}^n \tilde{v}_{e,i,k+1/2}^{z,n+1} - S_{i,k} (\alpha_e \bar{\rho}_e \tilde{t}_e)_{i,k}^n \tilde{v}_{e,i,k-1/2}^{z,n+1} \right] = \\
 & = - \frac{S_{i,k}}{\Delta t} \left[(\alpha_e \bar{P}_e)_{i,k}^{n+1} - (\alpha_e \bar{P}_e)_{i,k}^n \right] + \\
 & + (\alpha_e q_{Lw})_{i,k}^{n+1} - S_{i,k} (Q_{Iev} + Q_{Iel})_{i,k}^{n+1} - \\
 & - \sum_{j=1}^N \frac{1}{L_{ij,k}} \left(\frac{v_e}{Pr_e} (\bar{\rho}_{ei} \tilde{t}_{ei} - \bar{\rho}_{ej} \tilde{t}_{ej}) \right)_k^n - \sum_{j=1}^N (\tilde{t}_{eij,k}^n - \tilde{t}_{ei,k}^n) W_{eij,k}^n .
 \end{aligned} \tag{21}$$

Дискретные уравнения баланса поперечной составляющей импульса:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} (W_{vij,k}^{n+1} - W_{vij,k}^n) + \frac{1}{\Delta z} (W_{vij,k}^n \tilde{v}_{v,i,k+1/2}^{z,n+1} - W_{vij,k}^n \tilde{v}_{v,i,k-1/2}^{z,n+1}) + \\
 & + \frac{1}{L_{ij,k}} (W_{vij,k}^n \tilde{v}_{vij,k}^{x,n+1} - W_{vij,k}^n \tilde{v}_{vij,k}^{x,n+1}) = \\
 & = - C_{ij,k} \alpha_{vij,k}^n \frac{\bar{P}_{vi,k}^{n+1} - \bar{P}_{vj,k}^{n+1}}{L_{ij,k}} + \alpha_{vij,k}^n F_{wvij,k}^{x,n+1} - \\
 & - C_{ij,k} (F_{vl}^x + F_{ve}^x)_{ij,k}^{n+1} + C_{ij,k} \sum_{vij,k}^{n+1} \tilde{v}_{vij,k}^{x,n+1} ,
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \left(W_{lij,k}^{n+1} - W_{lij,k}^n \right) + \frac{1}{\Delta z} \left(W_{lij,k}^n \tilde{v}_{li,k+1/2}^{z,n+1} - W_{lij,k}^n \tilde{v}_{li,k-1/2}^{z,n+1} \right) + \\
 & + \frac{1}{L_{ij,k}} \left(W_{lij,k}^n \tilde{v}_{lij,k}^{x,n+1} - W_{lij,k}^n \tilde{v}_{lij,k}^{x,n+1} \right) = \\
 & = -C_{ij,k} \alpha_{lij,k}^n \frac{\bar{P}_{li,k}^{n+1} - \bar{P}_{lj,k}^{n+1}}{L_{ij,k}} + \alpha_{lij,k}^n F_{wlij,k}^{x,n+1} - \\
 & - C_{ij,k} F_{vlij,k}^{x,n+1} - C_{ij,k} \left(1 - \eta_{ij,k}^{n+1} \right) \Sigma_{vij,k}^{n+1} \tilde{v}_{lij,k}^{x,n+1} - C_{ij,k} E_{ij,k}^{n+1} \tilde{v}_{lij,k}^{x,n+1} , \\
 & \frac{1}{\Delta t} \left(W_{eij,k}^{n+1} - W_{eij,k}^n \right) + \frac{1}{\Delta z} \left(W_{eij,k}^n \tilde{v}_{ei,k+1/2}^{z,n+1} - W_{eij,k}^n \tilde{v}_{ei,k-1/2}^{z,n+1} \right) + \\
 & + \frac{1}{L_{ij,k}} \left(W_{eij,k}^n \tilde{v}_{eij,k}^{x,n+1} - W_{eij,k}^n \tilde{v}_{eij,k}^{x,n+1} \right) = \\
 & = -C_{ij,k} \alpha_{eij,k}^n \frac{\bar{P}_{ei,k}^{n+1} - \bar{P}_{ej,k}^{n+1}}{L_{ij,k}} + \alpha_{eij,k}^n F_{weij,k}^{x,n+1} + \\
 & + C_{ij,k} F_{veij,k}^{x,n+1} - C_{ij,k} \eta_{ij,k}^{n+1} \Sigma_{vij,k}^{n+1} \tilde{v}_{eij,k}^{x,n+1} - C_{ij,k} E_{ij,k}^{n+1} \tilde{v}_{eij,k}^{x,n+1} .
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \left(W_{eij,k}^{n+1} - W_{eij,k}^n \right) + \frac{1}{\Delta z} \left(W_{eij,k}^n \tilde{v}_{ei,k+1/2}^{z,n+1} - W_{eij,k}^n \tilde{v}_{ei,k-1/2}^{z,n+1} \right) + \\
 & + \frac{1}{L_{ij,k}} \left(W_{eij,k}^n \tilde{v}_{eij,k}^{x,n+1} - W_{eij,k}^n \tilde{v}_{eij,k}^{x,n+1} \right) = \\
 & = -C_{ij,k} \alpha_{eij,k}^n \frac{\bar{P}_{ei,k}^{n+1} - \bar{P}_{ej,k}^{n+1}}{L_{ij,k}} + \alpha_{eij,k}^n F_{weij,k}^{x,n+1} + \\
 & + C_{ij,k} F_{veij,k}^{x,n+1} - C_{ij,k} \eta_{ij,k}^{n+1} \Sigma_{vij,k}^{n+1} \tilde{v}_{eij,k}^{x,n+1} - C_{ij,k} E_{ij,k}^{n+1} \tilde{v}_{eij,k}^{x,n+1} .
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

Новые значения аксиальных и поперечных скоростей выражаются через новые градиенты давлений следующим образом:

$$\tilde{v}_{v(i,k+1/2)}^{z(n+1)} = \tilde{v}_{v(i,k+1/2)}^{z(n)} + d_{v(i,k+1/2)}^{(n)} \left(P_{(i,k)}^{(n+1)} - P_{(i,k+1)}^{(n+1)} \right) ,
 \tag{25}$$

$$\tilde{v}_{l(i,k+1/2)}^{z(n+1)} = \tilde{v}_{l(i,k+1/2)}^{z(n)} + d_{l(i,k+1/2)}^{(n)} \left(P_{(i,k)}^{(n+1)} - P_{(i,k+1)}^{(n+1)} \right) ,
 \tag{26}$$

$$\tilde{v}_{e(i,k+1/2)}^{z(n+1)} = \tilde{v}_{e(i,k+1/2)}^{z(n)} + d_{e(i,k+1/2)}^{(n)} \left(P_{(i,k)}^{(n+1)} - P_{(i,k+1)}^{(n+1)} \right) ,
 \tag{27}$$

$$W_{v(ij,k)}^{(n+1)} = W_{v(ij,k)}^{(n)} + D_{v(i,k+1/2)}^{(n)} \left(P_{(i,k)}^{(n+1)} - P_{(j,k)}^{(n+1)} \right) ,
 \tag{28}$$

$$W_{l(ij,k)}^{(n+1)} = W_{l(ij,k)}^{(n)} + D_{l(i,k+1/2)}^{(n)} \left(P_{(i,k)}^{(n+1)} - P_{(j,k)}^{(n+1)} \right) ,
 \tag{29}$$

$$W_{e(ij,k)}^{(n+1)} = W_{e(ij,k)}^{(n)} + D_{e(i,k+1/2)}^{(n)} \left(P_{(i,k)}^{(n+1)} - P_{(j,k)}^{(n+1)} \right) ,
 \tag{30}$$

где величины d , D и W рассматриваются в n -й (текущий), а давление – в $(n+1)$ -й (новый) момент времени. В начале решаются уравнения неразрывности и энергии. Подставив соотношения (25) – (30), уравнения состояния и замыкающие соотношения в дискретные аналоги субканальных фазовых уравнений неразрывности и сохранения энергии, получим следующее матричное уравнение, которое может быть решено методом Ньютона-Рафсона:

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & \dots & a_{1,5} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & & & \dots \\ & & \dots & & \dots \\ & & & \dots & \dots \\ & & & & a_{5,5} \\ a_{6,1} & & & & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_{1,12} \\ \vdots \\ a_{6,12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta P_{i,k} \\ \delta \alpha_v \\ \delta \alpha_l \\ \delta \alpha_e \\ \delta \alpha_v T_v \\ \delta \alpha_l T_l \\ \delta \alpha_e T_e \\ \delta P_{i,k-1} \\ \delta P_{i,k+1} \\ \delta P_{ij=1,k} \\ \delta P_{ij=2,k} \\ \delta P_{ij=3,k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_v \\ M_l \\ M_e \\ E_v \\ E_l \\ E_e \end{pmatrix} ,
 \tag{31}$$

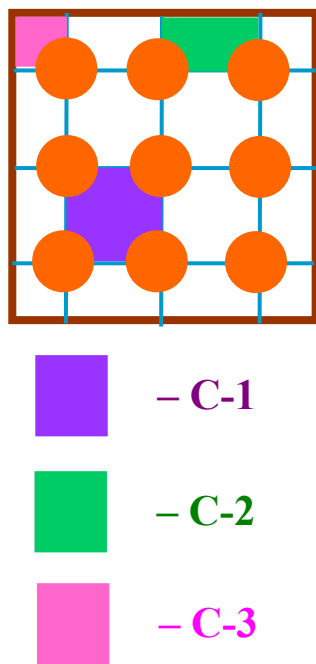


Рис. 7а. Схема идентификации субканалов.

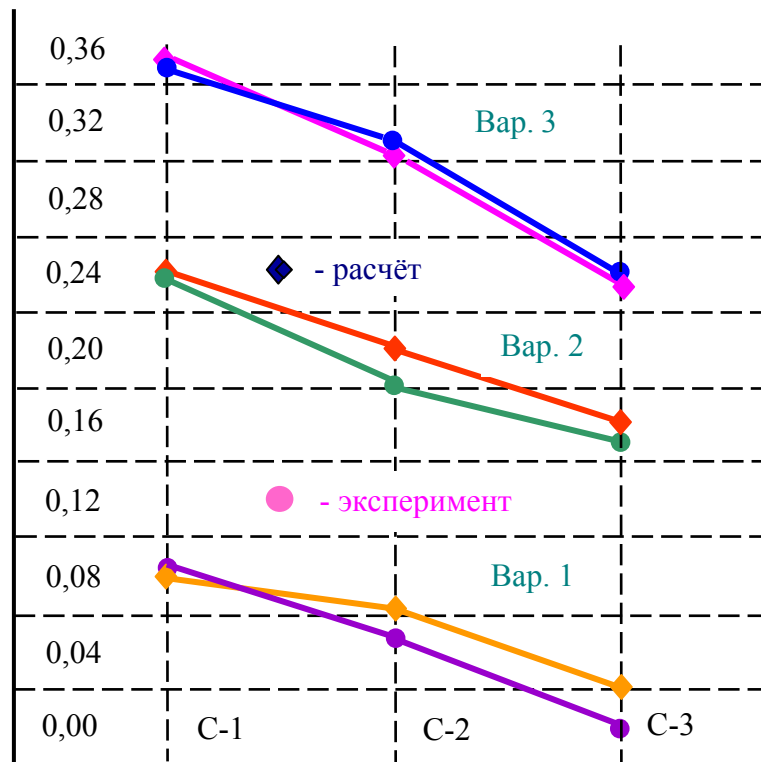


Рис. 7б. Сравнение рассчитанных и экспериментальных значений массового паросодержания.

взяты из работы [17], там же можно найти сведения о параметрах сборки и исходных данных экспериментов. Варианты (на рис. 7 принято сокращение "Вар.") 1, 2 и 3 – это соответственно варианты "2D3", "2E3" и "2G2", согласно классификации таблицы 1 из [17]. Можно отметить хорошее совпадение результатов.

Литература.

- [1] Жуков А.В., Сорокин А.П., Матюхин Н.М. Межканальный обмен в ТВС быстрых реакторов: Расчетные программы и практическое приложение.– М.: Энергоатомиздат, 1991. – 224 с.
- [2] Семенович О.В. Методы и программы термогидродинамического расчета стержневых тепловыделяющих сборок (аналитический обзор). – Минск, 1997.– 45 с.– (Препринт / НАН Беларуси. Ин-т проблем энергетики; ИПЭ-25).
- [3] Семенович О.В. К проблеме термогидродинамического расчета стержневых тепловыделяющих сборок. Субканальные уравнения баланса. – Минск, 2000. – 66 с. – (Препринт / НАН Беларуси. Ин-т проблем энергетики; ИПЭ-56).
- [4] Sha W. T., Shmitt R. C., Huebotter P. R. Consideration of Thermal-Hydraulic Channel Arrangement in a Rod Bundle // Transactions of the American Nuclear Society. – 1973. – Vol. 16, № 1. – P. 221 – 222.
- [5] Методы и результаты теплогидравлических исследований нестационарных процессов в ТВС быстрых реакторов: Обзор: По отчет. и зарубеж. источникам. / А.В. Жуков, А.П. Сорокин, Ю.Н. Корниенко и др.–Препринт/Физ.-энерг. ин-т; ФЭИ-0227.– М., 1988. – 39 с.
- [6] Семенович О.В. К проблеме термогидродинамического расчета стержневых тепловыделяющих сборок. Субканальные математические модели. Системы решаемых

- уравнений.– Минск, 2001. – 48 с. – (Препринт / НАН Беларуси. Ин-т проблем энергетики; ИПЭ-68).
- [7] Liles D.R., Reed Wm.H. A Semi-Implicit Method for Two-Phase Fluid Dynamics// *Journal of Computational Physics*. – 1978. – Vol. 26, No. 4 – P. 390–407.
- [8] Рой. Математическая модель для исследования переходных процессов в подканалах сборки тепловыделяющих элементов ядерного реактора // *Теплопередача*. Сер. С. – 1973. – Т. 95, № 2. – С. 67–73.
- [9] Семенович О. В. Исследование процессов тепломассообмена в элементах активной зоны водоохлаждаемого ядерного реактора // *Труды III Минского международного форума по тепломассообмену* Т. X: *Тепломассообмен в энергетических устройствах и энергосбережение*, Ч. 1.– Мн., ИТМО.– 1996.–С. 197–201.
- [10] Семенович О. В. Компьютерное моделирование процессов тепломассообмена в потоке теплоносителя, охлаждающего стержневую тепловыделяющую сборку энергетического ядерного реактора // *Тепломассообмен ММФ-2000: Труды IV Минского международного форума по тепломассообмену (22–26 мая 2000 г.): В 11 т. – Мн.: АНК "ИТМО им. А.В. Лыкова", 2000. – Т. 10: Тепломассообмен в энергетических устройствах. – С. 353–359.*
- [11] Семенович О.В., Куликов И.С. Моделирование процессов гидродинамики и теплообмена в тепловыделяющих сборках водоохлаждаемого ядерного реактора// *Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сборник научных трудов. – Донецк: ДонГТУ, 2001. – Вып. 17. – С. 218–222.*
- [12] Семенович О.В. Моделирование термогидравлических процессов в сборке топливных стержней // *Аналитическая механика, устойчивость и управление движением: Тезисы докладов VIII международной Четаевской конференции (Казань, 28–31 мая 2002 г.) – Казань: КазГТУ, 2002. – С. 284.*
- [13] Семенович О.В. Субканальные методы расчета теплогидравлических параметров продольно охлаждаемых пучков тепловыделяющих стержней (труб) и их сборок // *Машиностроение и техносфера XXI века: Сб. трудов международной научно-технической конференции в г. Севастополе 8–14 сентября 2003 г./ Донецкий национальный технический университет: В 4 т.– Донецк: ДонНТУ, 2003. –Т. 3.– С. 104–108.*
- [14] Семенович О.В. Моделирование процессов тепломассообмена в тепловыделяющей сборке легководного ядерного реактора // *Тезисы докладов и сообщений. – Т. 2. – V Минский международный форум по тепло- и массообмену. 24–28 мая 2004 г. – С. 319–321.*
- [15] Семенович О.В. Расчет сборок стержневых тепловыделяющих элементов водоохлаждаемых ядерных реакторов // *Машиностроение и техносфера XXI века: Сб. трудов международной научно-технической конференции в г. Севастополе 13–18 сентября 2004 г. / Донецкий национальный технический университет: В 4 т. – Донецк: ДонНТУ, 2004. – Т. 3. – С. 85–89.*
- [16] Семенович О. В. Моделирование термомеханических процессов в стержневых тепловыделяющих элементах энергетических ядерных реакторов // *Машиностроение и техносфера XXI века: Сб. трудов международной научно-технической конференции в г. Севастополе 12–17 сентября 2005 г. В 5-и т. – Донецк: ДонНТУ, 2005. – Т. 3. – С. 160–164.*
- [17] Kronenberg J., Burtak F., Avramova M. COBRA-TF – A Core thermal-hydraulic code: validation against GE 3 × 3 experiment // *Jahrestagung kerntechnik 2003: Annual meeting on nuclear technology 2003. – P. 105–109.*